

dr inż. Roman Misiak

październik 2008 r.

I stopień specjalizacji

zawodowej inżyniera:

Konstrukcje inżynierskie

i specjalne.

Warszawa

Statyka ostrołukowej komory fermentacyjnej w kształcie jaja

Spis treści	str.
Wstęp	1
1. Błonowy stan naprężenia w powłoce ostrołukowej	3
1.1. Wypełnienie cieczą	4
1.2. Obciążenie ciężarem własnym	10
2. Zgięciowy stan naprężenia w powłoce ostrołukowej	13
3. Stan naprężenia w powłoce stożkowej podpartej przegubowo-przesuwnie w płaszczyźnie poziomej	15
3.1. Obciążenie oddziaływaniem pionowym powłoki ostrołukowej	15
3.2. Wypełnienie cieczą	16
4. Stan naprężenia w powłoce ostrołukowej podpartej przegubowo-przesuwnie w płaszczyźnie poziomej	17
5. Stan naprężenia w powłoce ostrołukowej i stożkowej połączonych ze sobą węzłem sztywnym	20
6. Przykład liczbowy wydzielonej komory fermentacyjnej o pojemności 1700 m ³	25
6.1. Dane ogólne	25
6.2. Obciążenia obliczeniowe	28
6.3. Obliczenie wartości współczynników wchodzących do zależności na uogólnione siły wewnętrzne	29
6.4. Wpływ ciężaru własnego powłoki	30
6.5. Wpływ ciężaru pokrycia powłoki	31
6.6. Wpływ wypełnienia cieczą	32
6.7. Wpływ ciężaru własnego powłoki i ciężaru pokrycia powłoki	33
6.8. Wpływ ciężaru własnego powłoki i wypełnienia cieczą	34
6.9. Wpływ ciężaru własnego powłoki i ciężaru pokrycia powłoki oraz wypełnienia cieczą	35
6.10. Wymiarowanie przekrojów konstrukcji	38
7. Piśmiennictwo	39
8. Publikacje autora	39

Wstęp

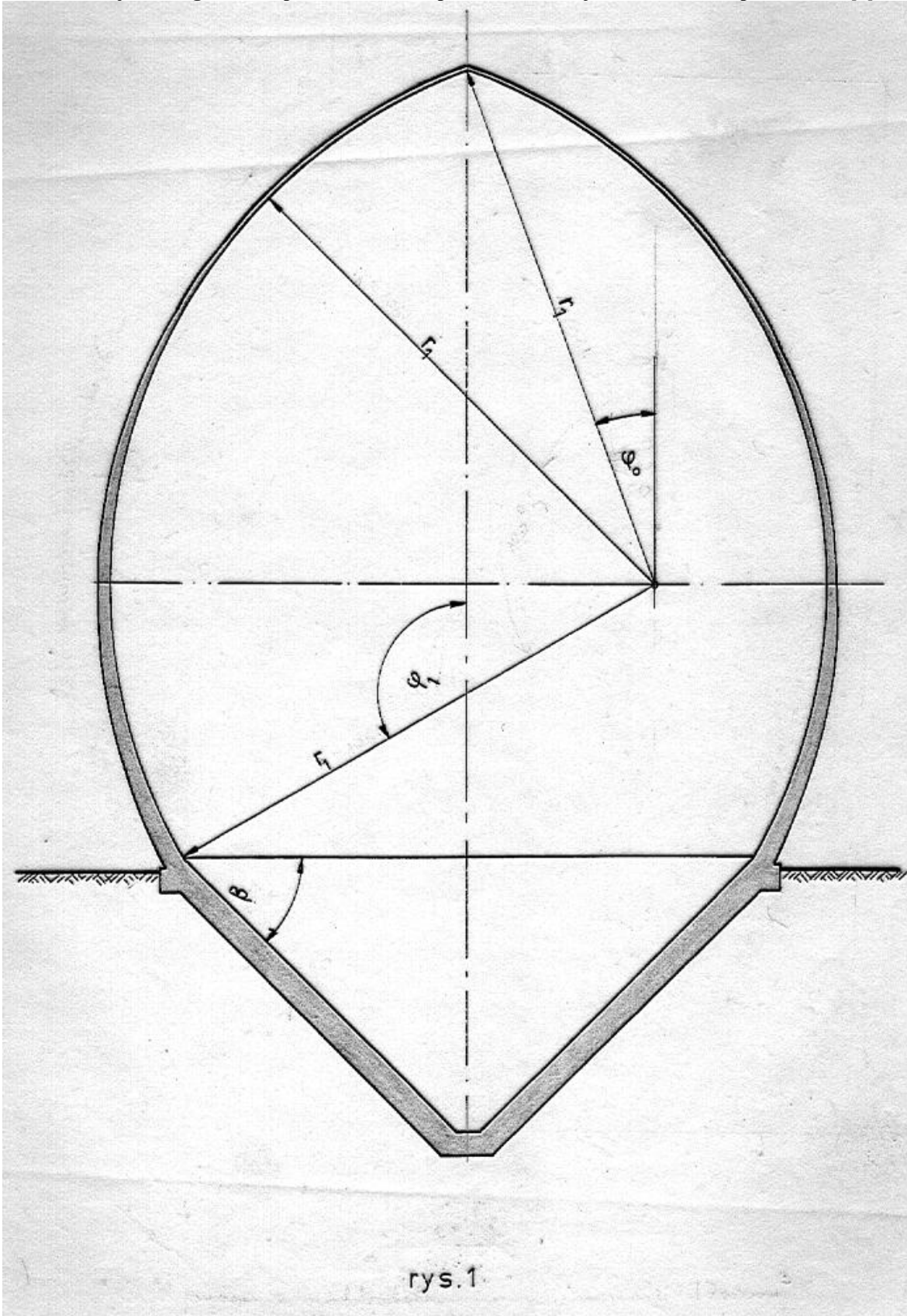
Opracowanie dotyczy obliczeń statycznych wydzielonej komory fermentacyjnej składającej się z powłoki ostrołukowej o południku kolistym połączonej monolitycznie z powłoką stożkową. Taki kształt komory jest korzystny zarówno dla procesu fermentacji osadów jak i rozkładu sił wewnętrznych.

Powłokę ostrołukową można także zastosować jako budowlę wolnostojącą lub jako kopułę posadowioną na innej budowli .

Wyznaczono uogólnione siły wewnętrzne i przemieszczenia od obciążeń :

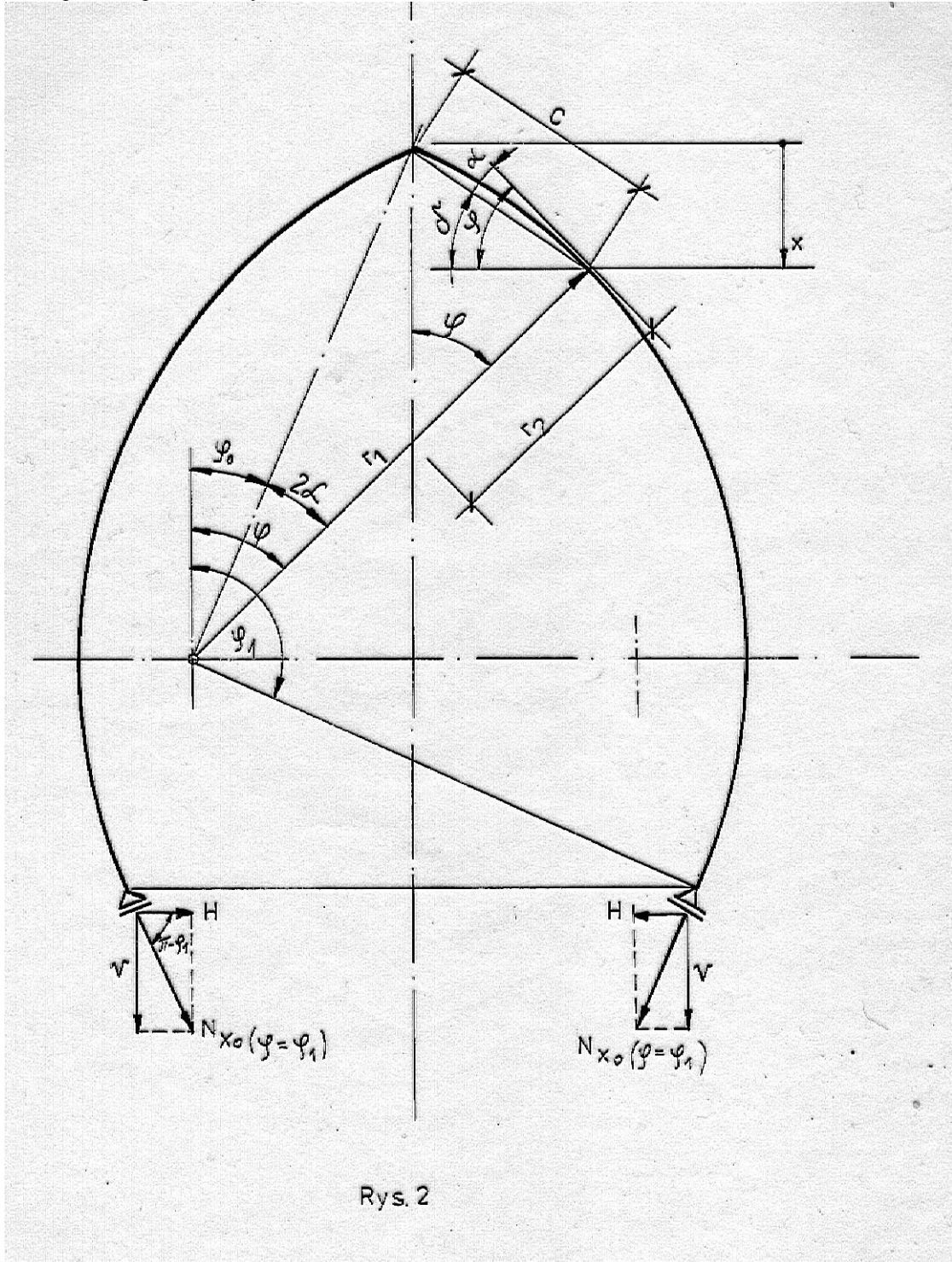
- wypełnienie cieczą,
- ciężar własny,
- ciężar pokrycia.

Zasadnicze dane geometryczne i ogólny przypadek podparcia podano na rys. 1.
Zależności dla przemieszczeń i sił wewnętrznych wyprowadzono na podstawie pracy [1].
Rozwiązanie zagadnienia przedstawiono w postaci skróconej w roku 1985 w opracowaniu [3].



1. Błonowy stan naprężenia w powłoce ostrołukowej

Schemat powłoki podano na rys. 2.



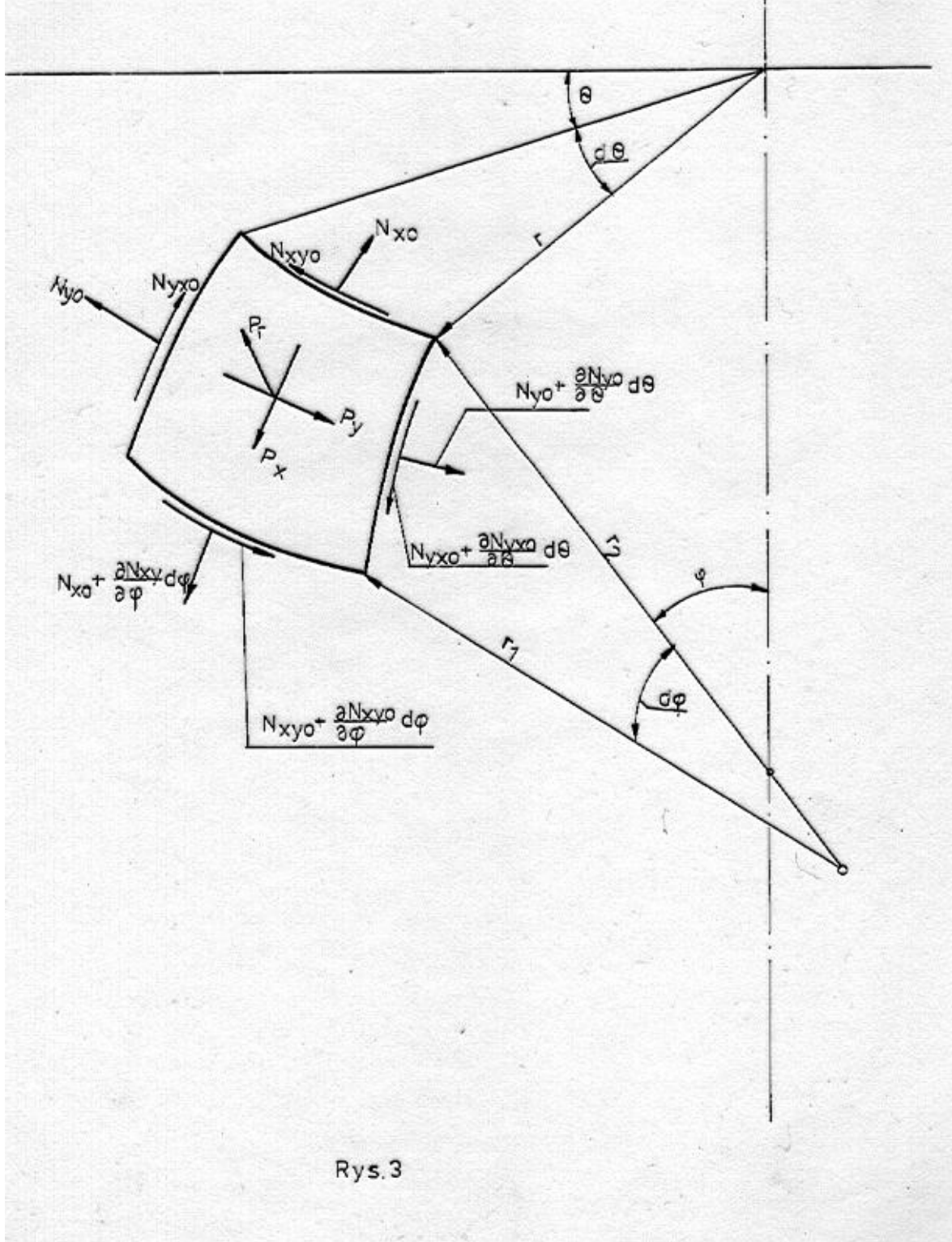
Rys. 2

1.1. Wypełnienie ciecżą

Zależności na uogólnione siły wewnętrzne w powłoce są opisane na str. 37 pracy [1] :

$$N_{x0} = \frac{1}{r_2 \sin^2 \varphi} \left[\int r_1 r_2 (p_r \cos \varphi - p_x \sin \varphi) \sin \varphi \, d\varphi + C \right],$$

$$N_{y0} = \left(p_r - \frac{N_{x0}}{r_1} \right) r_2.$$



Rys. 3

Na rys. 3 pokazano element powłoki z przyłożonymi siłami. Wg pracy [1] na str. 43 dla powłoki ostrołukowej jest:

$$r_2 = r_1 \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right). \quad \text{Podstawiając „}r_2\text{” do zależności na siły wewnętrzne, otrzymuje się:}$$

$$N_{xo} = \frac{1}{r_1(\sin \varphi - \sin \varphi_o) \sin \varphi} \left[r_1^2 \int (\sin \varphi - \sin \varphi_o)(p_r \cos \varphi - p_x \sin \varphi) d\varphi + C \right],$$

$$N_{yo} = (p_r r_1 - N_{xo}) \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right).$$

Dla wypełnienia cieczą będzie: $p_r = \gamma x$, $p_x = 0$, gdzie γ – gęstość cieczy.

Zależność na „ x ” będzie określona na podstawie rys. 2: $\delta = \varphi - \alpha$, $2 \cdot \alpha = \varphi - \varphi_o$,

$$\text{zatem: } \alpha = \frac{\varphi - \varphi_o}{2} \text{ i } \delta = \frac{\varphi + \varphi_o}{2}, \quad c = 2r_1 \sin \alpha, \quad x = c \sin \delta = r_1(\cos \varphi_o - \cos \varphi).$$

Otrzymuje się: $p_r = \gamma r_1(\cos \varphi_o - \cos \varphi)$,

$$N_{xo} = \frac{1}{r_1(\sin \varphi - \sin \varphi_o) \sin \varphi} \left[r_1^2 \int (\sin \varphi - \sin \varphi_o) \gamma r_1(\cos \varphi_o - \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi + C \right],$$

W wierzchołku $\varphi = \varphi_o$ mianownik jest równy zero i aby wartość „ N_{xo} ” była skończona, człon w nawiasach również powinien być równy zero, zatem:

$$C = -\gamma r_1^3 \left(\frac{\varphi_o}{2} \sin \varphi_o + \frac{1}{3} \cos^3 \varphi_o \right) \text{ i w rezultacie:}$$

$$N_{xo} = \frac{\gamma r_1^2}{(\sin \varphi - \sin \varphi_o) \sin \varphi} \left[\frac{\varphi - \varphi_o}{2} \sin \varphi_o + \frac{1}{3} (\cos^3 \varphi - \cos^3 \varphi_o) + \frac{1}{2} (\sin \varphi_o \cos \varphi + \sin \varphi \cos \varphi_o) \sin \varphi - \sin \varphi_o \cos \varphi_o \sin \varphi \right], \quad (1-1)$$

$$N_{yo} = [\gamma r_1^2 (\cos \varphi_o - \cos \varphi) - N_{xo}] \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right). \quad (1-2)$$

Ze względu na to, że dla $\varphi = \varphi_o$ licznik i mianownik wyrażenia na „ N_{xo} ” są równe zero, należy znaleźć granicę do jakiej dąży $N_{xo(\varphi \rightarrow \varphi_o)}$. Stosując twierdzenie de l’Hospitla otrzymuje się:

$$\lim_{(\varphi \rightarrow \varphi_o)} N_{xo(\varphi \rightarrow \varphi_o)} = \left[\lim_{(\varphi \rightarrow \varphi_o)} \frac{\gamma r_1^2 f'(\varphi)}{g'(\varphi)} \right], \quad \text{gdzie: } f'(\varphi) \text{ i } g'(\varphi) \text{ pochodne licznika i mianownika.}$$

$$\text{W rezultacie: } \lim_{(\varphi \rightarrow \varphi_o)} N_{xo(\varphi \rightarrow \varphi_o)} = \lim_{(\varphi \rightarrow \varphi_o)} \gamma r_1^2 \frac{1}{2 \sin \varphi \cos \varphi - \sin \varphi_o \cos \varphi} [(\sin \varphi_o - \sin \varphi) \cos^2 \varphi + (\sin \varphi \cos \varphi - \sin \varphi_o \cos \varphi) \cos \varphi_o]_{(\varphi \rightarrow \varphi_o)} = 0,$$

$$N_{xo(\varphi = \varphi_o)} = 0, \quad (2-1)$$

$$N_{yo(\varphi = \varphi_o)} = 0. \quad (2-2)$$

Dla $\varphi_o = 0$ powłoka ostrołukowa staje się powłoką kulistą i na podstawie zależności (1) otrzymuje się:

$$N_{xk} = \frac{\gamma r_1^2}{6} \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi} (1 + 2 \cos \varphi), \quad (3-1)$$

$$N_{yk} = \frac{\gamma r_1^2}{6} \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi} (5 + 4 \cos \varphi). \quad (3-2)$$

Zależności (3) są identyczne z podanymi na str. 47 pracy [1].

$$\text{Przyjmując oznaczenie: } N_{1,o} = \frac{1}{(\sin \varphi - \sin \varphi_o) \sin \varphi} \left[\begin{array}{l} \frac{\varphi - \varphi_o}{2} \sin \varphi_o + \frac{1}{3} (\cos^3 \varphi - \cos^3 \varphi_o) + \\ + \frac{1}{2} (\sin \varphi_o \cos \varphi + \sin \varphi \cos \varphi_o) \sin \varphi - \\ - \sin \varphi_o \cos \varphi_o \sin \varphi \end{array} \right],$$

$$N_{1,o(\varphi=\varphi_o)} = 0,$$

$$\text{otrzymuje się: } N_{x_o} = \gamma r_1^2 N_{1,o},$$

$$N_{y_o} = \gamma r_1^2 (\cos \varphi_o - \cos \varphi - N_{1,o}) \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right).$$

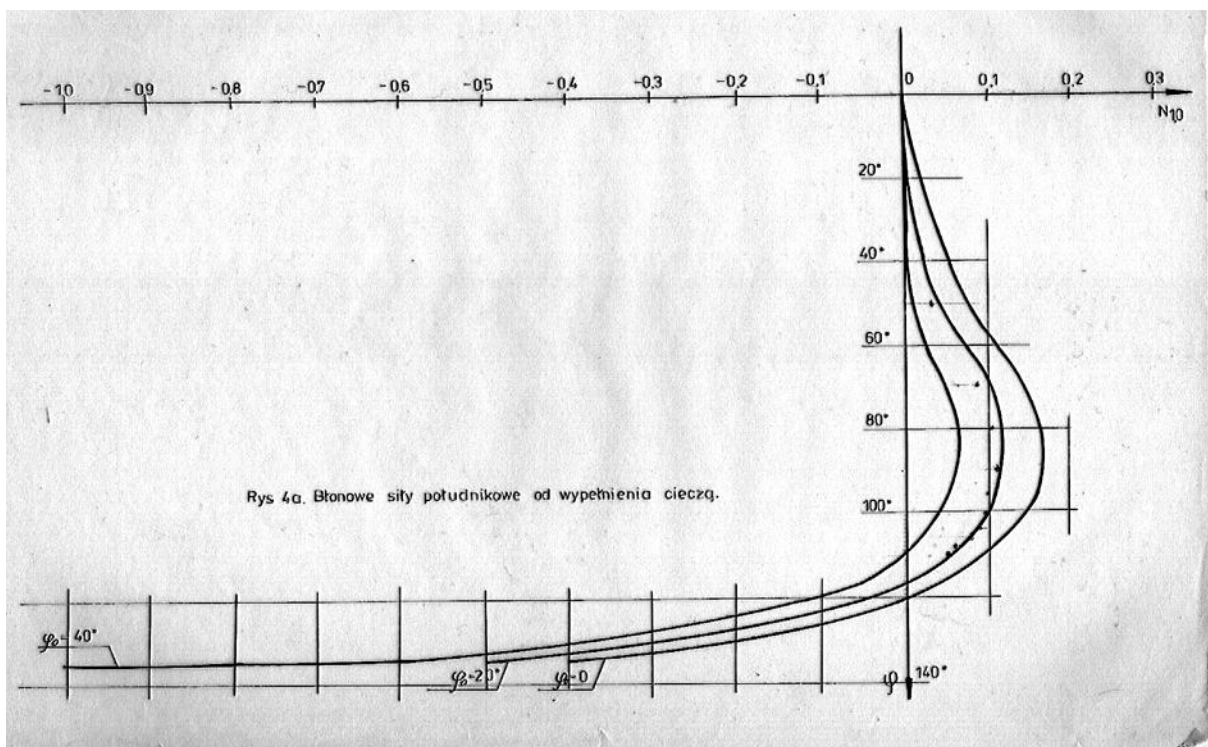
$$\text{Po przyjęciu oznaczenia: } N_{2,o} = (\cos \varphi_o - \cos \varphi - N_{1,o}) \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right)$$

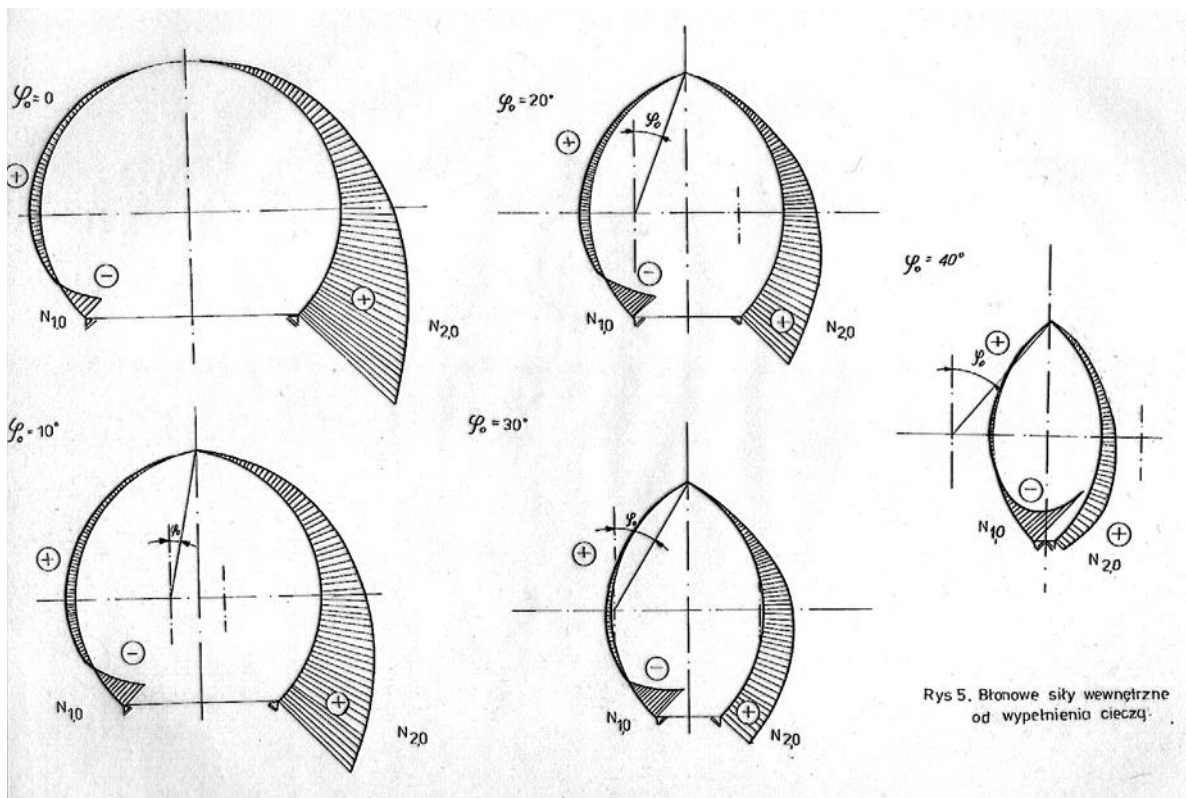
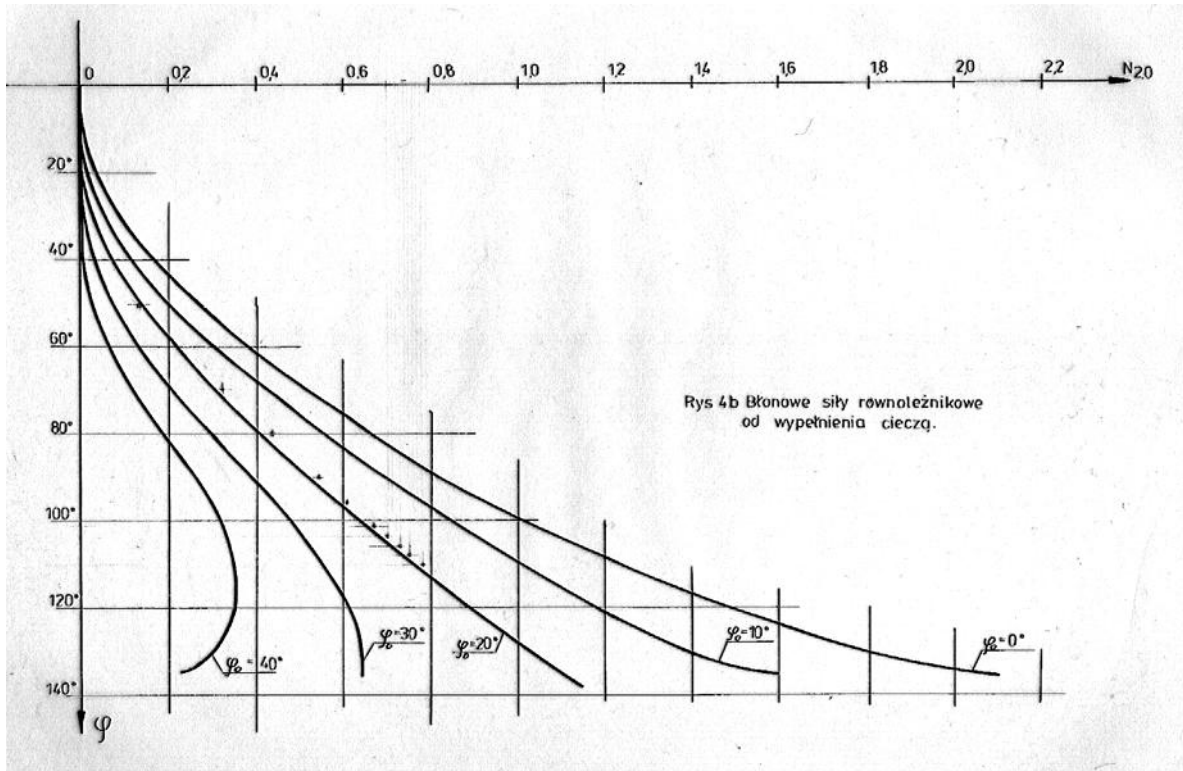
otrzymuje się ostateczną postać zależności na siły normalne w powłoce ostrołukowej:

$$\text{- siła południkowa } N_{x_o} = \gamma r_1^2 N_{1,o}, \quad (4-1)$$

$$\text{- siła równoleżnikowa } N_{y_o} = \gamma r_1^2 N_{2,o}. \quad (4-2)$$

Przykładowe zależności funkcji „ $N_{1,o}$ ” i „ $N_{2,o}$ ” podano na rys. 4 i 5.





Jak wynika z rys. 2, w zależnościach powyższych jest : $\varphi_{max} = \pi - \varphi_0$.

Zależności na składowe reakcji podporowej otrzymuje się na podstawie rys. 2:

$$H_o = N_{xo(\varphi=\varphi_1)} \cos(\pi - \varphi_1), \quad V_o = N_{xo(\varphi=\varphi_1)} \sin(\pi - \varphi_1).$$

A w rezultacie :

$$\text{- składowa pozioma} \quad H_o^Y = -\gamma r_1^2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \cos \varphi_1, \quad (5-1)$$

$$\text{- składowa pionowa} \quad V_o^Y = \gamma r_1^2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \sin \varphi_1. \quad (5-2)$$

Składowe przemieszczenia wyznacza się z zależności (2-72a) i (2-72b) podanych na str. 112 pracy [1]:

- składowa styczna do południka

$$v_o = \left\{ \int \frac{1}{E_p t} [N_{x_o}(r_1 + v_p r_2) - N_{y_o}(r_2 + v_p r_1)] \frac{d\varphi}{\sin \varphi} + C \right\} \sin \varphi, \quad (6-1)$$

$$\text{- składowa w kierunku normalnej do powłoki} \quad w_o = r_2 \varepsilon_{y_o} - v_o \cot \varphi. \quad (6-2)$$

Przemieszczenie „ v_o ” uważa się za dodatnie gdy jego kierunek jest zgodny z rosnącą współrzędną „ φ ”.

Przemieszczenie „ w_o ” jest dodatnie gdy rośnie wraz z odległością od środka krzywizny południka. Stałą „ C ” wyznacza się z warunku brzegowego.

$$\text{Do zależności (6-2) wchodzi:} \quad \varepsilon_{y_o} = \frac{1}{E_p t} (N_{y_o} - v_p N_{x_o}). \quad (6-2a)$$

Zależności powyższe pozwalają określić kąt obrotu elementu południka podczas odkształceń wg [1] str. 365:

$$\chi_o = \frac{1}{r_1} \left[\frac{\partial(r_2 \varepsilon_{y_o})}{\partial \varphi} - \frac{\partial v_o}{\partial \varphi} \cot \varphi + \left(\frac{1}{\sin^2 \varphi} - 1 \right) v_o \right].$$

$$\text{Po oznaczeniu:} \quad V_{(\varphi)} = \int \frac{1}{E_p t} [N_{x_o}(r_1 + v_p r_2) - N_{y_o}(r_2 + v_p r_1)] \frac{d\varphi}{\sin \varphi},$$

$$\text{otrzymuje się} \quad v_o = [V_{(\varphi)} + C] \sin \varphi,$$

$$\chi_o = \frac{1}{r_1} \left[\frac{d(r_2 \varepsilon_{y_o})}{d\varphi} - \frac{dV_{(\varphi)}}{d\varphi} \cos \varphi \right]. \quad (7a)$$

$$\text{Do zależności „}\chi_o\text{” wchodzi człon:} \quad r_2 \varepsilon_{y_o} = \frac{\gamma r_1^3}{E_p t} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right) (N_{2.o} - v_p N_{1.o}).$$

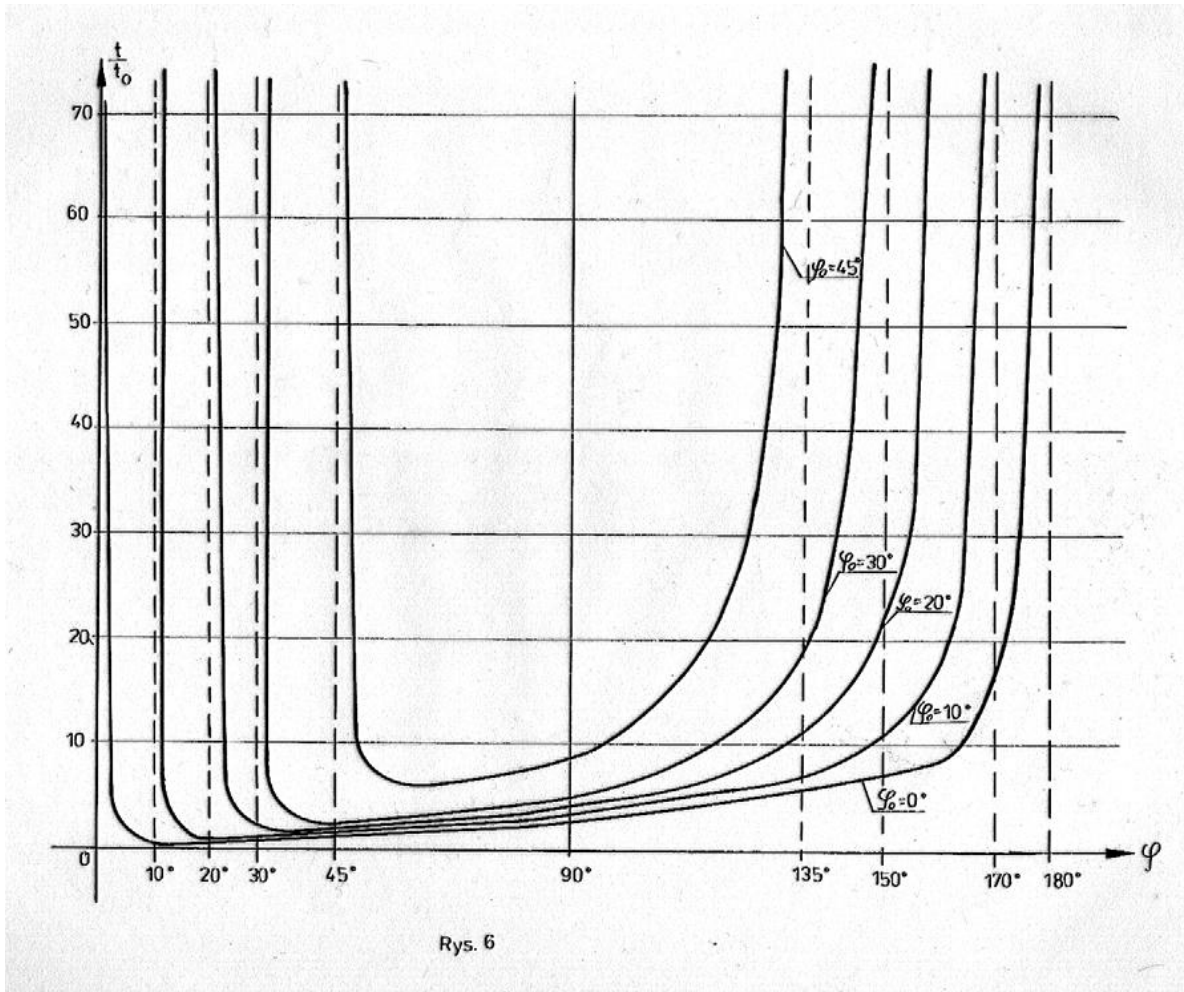
$$\text{Przyjęto grubość powłoki zmienną wg zależności:} \quad t = t_o \frac{\varphi^2}{1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi}}, \quad (8)$$

- gdzie $t_o = \text{const.}$

Zmienność funkcji $\frac{t}{t_o}$ zbadano w tabl. 1, wykresy funkcji $\frac{t}{t_o}$ podano na rys. 6.

Wartości funkcji $\frac{t}{t_o}$: Tabl. 1

φ°	$\varphi_o=10^\circ$	$\varphi_o=20^\circ$	$\varphi_o=30^\circ$	$\varphi_o=45^\circ$
20	0.247	-	-	-
40	0.668	1.045	2.20	-
60	1.366	1.765	2.59	5.98
80	2.360	2.500	3.95	6.90
100	3.720	3.810	6.20	10.82
120	5.460	6.870	10.35	23.90
130	6.670	9.300	14.85	66.90
140	8.150	12.720	26.80	-
150	10.500	21.800	-	-
160	15.800	-	-	-



Rys. 6

Wartość „ t_o ” należy wyznaczać w sposób następujący: w miejscu występowania maksymalnej siły „ N_y ” należy określić ze względów wytrzymałościowych grubość „ t ” i tę wartość „ t ” podstawić do zależności (8), z której obliczyć „ t_o ”. Na rys. 6 podano wykresy funkcji $\frac{t}{t_o}$ w zależności od kąta „ φ ”. Każdy z tych wykresów jest ograniczony dwiema asymptotami: asymptota lewa jest dla $\varphi = \varphi_o$, asymptota prawa jest dla $\varphi = \varphi_{max} = \pi - \varphi_o$. Zakres możliwych do zastosowania wartości funkcji $\frac{t}{t_o}$ leży w środkowych częściach wykresów i jest wystarczający dla praktyki projektowej, przy czym można przyjąć: $t = t_{min} = \text{const.}$ w obszarze $\varphi_o \leq \varphi \leq \varphi_m$ (gdzie: „ φ_m ” jest wartością kąta „ φ ” dla której występuje „ t_{min} ”). Powyższe przyjęcie $t = t_{min} = \text{const.}$ nie będzie miało praktycznego wpływu na wyniki obliczeń gdyż w kierunku wierzchołka powłoki ($\varphi = \varphi_o$) siły wewnętrzne maleją do zera.

Uwzględniając (8) i dokonując przekształceń otrzymuje się zależność na kąt obrotu dolnej krawędzi południka powłoki:

$$\chi_{o(\varphi=\varphi_1)}^y = \frac{\gamma r_1^2}{E_p t_o \varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)^2 F_5, \quad (9)$$

gdzie :

$$F_1 = \frac{1}{2(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o) \sin \varphi_1} [\sin \varphi_o - 2 \sin \varphi_1 \cos^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_o \cos \varphi_1 - \sin \varphi_o \sin \varphi_1) \sin \varphi_1 + (\sin \varphi_o \cos \varphi_1 + \cos \varphi_o \sin \varphi_1) \cos \varphi_1 - 2 \sin \varphi_o \cos \varphi_o \cos \varphi_1] - \frac{1}{(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o)^2 \sin^2 \varphi_1} \left[\frac{\varphi_1 - \varphi_o}{2} \sin \varphi_o + \frac{1}{3} (\cos^3 \varphi_1 - \cos^3 \varphi_o) + \frac{1}{2} (\sin \varphi_o \cos \varphi_1 + \cos \varphi_o \sin \varphi_1) \sin \varphi_1 - \sin \varphi_o \cos \varphi_o \sin \varphi_1 \right] [\sin \varphi_1 \cos \varphi_1 + (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o) \cos \varphi_1],$$

$$F_2 = \sin \varphi_1 - \sin \varphi_o + (\cos \varphi_o - \cos \varphi_1) \frac{\sin \varphi_o \cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} - \frac{\sin \varphi_o \cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} - \left(1 + \nu_p - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right) F_1 ,$$

$$F_3 = \frac{2}{\varphi_1} \left(\frac{\varphi_1 \sin \varphi_o \cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} + \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} - 1 \right) \left[\cos \varphi_o - \cos \varphi_1 - \frac{(1+\nu_p) \sin \varphi_1 - \sin \varphi_o}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o} N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \right] + F_2 ,$$

$$F_4 = \left\{ \frac{N_{1.o(\varphi=\varphi_1)}}{1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}} \left[1 + \nu_p \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right) \right] - \frac{(1+\nu_p) \sin \varphi_1 - \sin \varphi_o}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o} N_{2.o(\varphi=\varphi_1)} \right\} \cot \varphi_1 , \quad F_5 = F_3 - F_4 .$$

Zależność na odkształcenie równoleżnikowe przyjmie postać:

$$\varepsilon_{y_o}^y = \frac{\gamma r_1^2}{E_p t_o} \frac{1}{\varphi^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right) (N_{2.o} - \nu_p N_{1.o}) . \quad (10)$$

A zależność na odkształcenie równoleżnikowe dolnej krawędzi powłoki ma postać:

$$\varepsilon_{y_o(\varphi=\varphi_1)}^y = \frac{\gamma r_1^2}{E_p t_o \varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right) (N_{2.o(\varphi=\varphi_1)} - \nu_p N_{1.o(\varphi=\varphi_1)}) . \quad (10a)$$

1.2. Obciążenie ciężarem własnym

Wypadkową naprężeń wywołanych ciężarem własnym określono wg [1] str. 43 przyjmując do obciążenia stałą średnią grubość powłoki, albowiem wyraźna zmiana grubości powłoki wg wzoru (8) będzie miała miejsce na krótkim odcinku przy podporze na długości strefy zaburzeń brzegowych; poza tym duży udział w ciężarze własnym będzie miało obciążenie izolacją termiczną i pokryciem, które jak wiadomo jest stałe.

Zależności na siły wewnętrzne mają postać:

$$\text{- siła południkowa} \quad N_{x_o} = p r_1 N_{3.o} , \quad (11-1)$$

$$\text{- siła równoleżnikowa} \quad N_{y_o} = p r_1 N_{4.o} , \quad (11-2)$$

$$\text{gdzie: } N_{3.o} = \frac{(\varphi - \varphi_o) \sin \varphi_o - \cos \varphi_o + \cos \varphi}{(\sin \varphi - \sin \varphi_o) \sin \varphi} ,$$

$$N_{4.o} = \frac{1}{\sin^2 \varphi} [(\varphi_o - \varphi) \sin \varphi_o + \cos \varphi_o - \cos \varphi + (\sin \varphi_o - \sin \varphi) \sin \varphi \cos \varphi] .$$

W wierzchołku dla $\varphi = \varphi_o$ z powyższych wzorów otrzymuje się $N_{y_o(\varphi=\varphi_o)} = 0$, natomiast siła $N_{x_o(\varphi=\varphi_o)}$ staje się nieokreślona. Stosując twierdzenie de l'Hospitala można stwierdzić, że $N_{x_o(\varphi=\varphi_o)}$ jest także równa zero.

W przypadku granicznym gdy $\varphi_o = 0$ rozpatrywana powłoka ostrołukowa staje się powłoką kulistą. W tym przypadku „ N_{x_o} ” i „ N_{y_o} ” nie znikają w wierzchołku, a obowiązującymi wzorami wg [1] str. 39 są:

$$N_{x_{ok}} = -\frac{p r_1}{1 + \cos \varphi} , \quad N_{y_{ok}} = p r_1 \left(\frac{1}{1 + \cos \varphi} - \cos \varphi \right) .$$

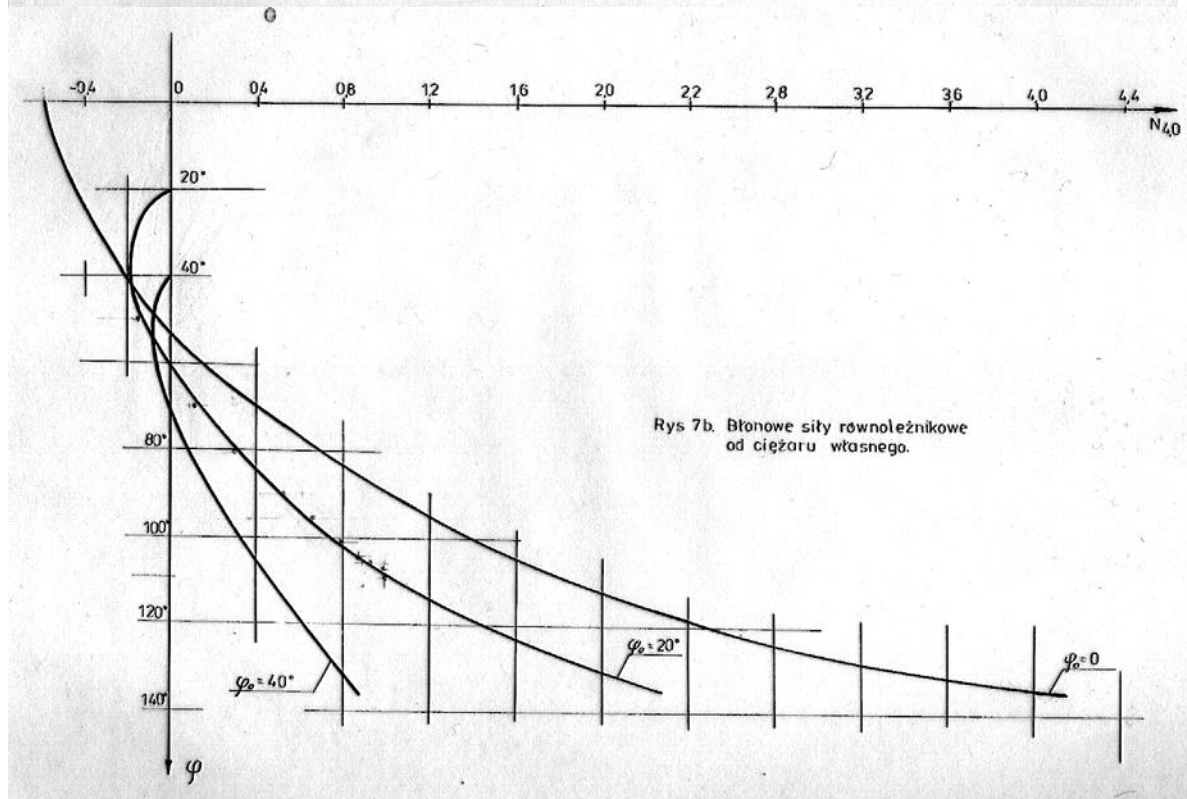
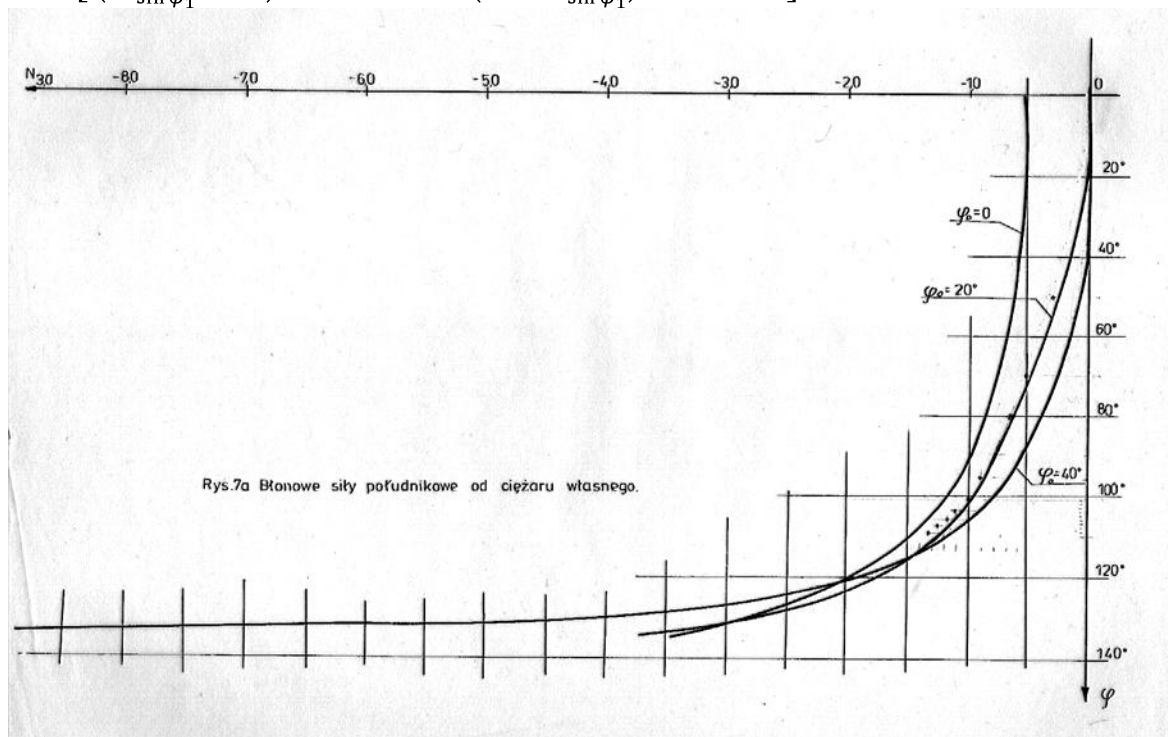
Przykładowe zależności funkcji „ $N_{3.o}$ ” i „ $N_{4.o}$ ” podano na rys. 7 i rys. 8.

$$\text{Po przyjęciu oznaczeń: } F_6 = -\frac{1}{\sin \varphi_1} \left\{ 1 + (2 \sin \varphi_o - 3 \sin \varphi_1) \sin \varphi_1 + 2 [(\varphi_o - \varphi_1) \sin \varphi_o + \cos \varphi_o - \cos \varphi_1 + (\sin \varphi_o - \sin \varphi_1) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1] \frac{\cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} \right\} ,$$

$$F_7 = \frac{-\cos \varphi_1}{(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)^2 \sin^2 \varphi_1} \{ (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)^2 \tan \varphi_1 + [(\varphi_1 - \varphi_0) \sin \varphi_0 + \cos \varphi_1 - \cos \varphi_0] (2 \sin \varphi_1 - \sin \varphi_0) \},$$

$$F_8 = F_6 - \nu_p F_7 + 2 [N_{4.0}(\varphi = \varphi_1) - \nu_p N_{3.0}(\varphi = \varphi_1)] \left(\frac{\sin \varphi_0 \cot \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0} - \frac{1}{\varphi_1} \right),$$

$$F_9 = \left[\left(\frac{1}{1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}} + \nu_p \right) N_{3.0}(\varphi = \varphi_1) - \left(1 + \frac{\nu_p}{1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}} \right) N_{4.0}(\varphi = \varphi_1) \right] \cot \varphi_1, \quad F_{10} = F_8 - F_9.$$

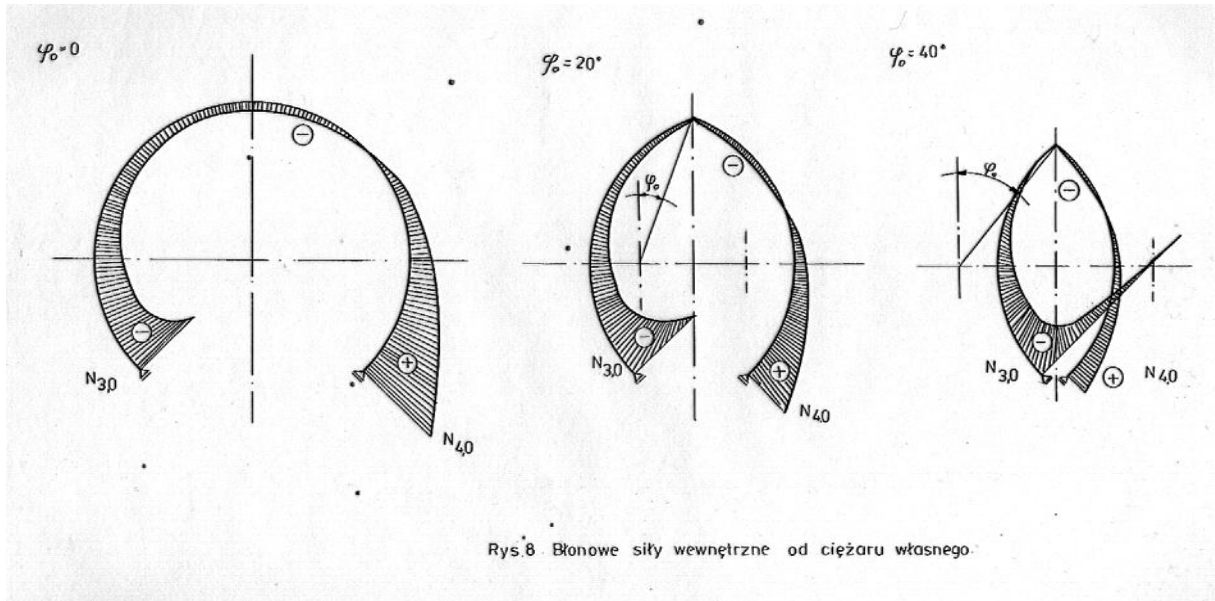


Zależność na kąt obrotu południka wg określonej poprzednio postaci (7a):

$$\chi_{o(\varphi=\varphi_1)}^p = \frac{pr_1}{E_p t_o \varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)^2 F_{10}. \quad (12)$$

Zależność na odkształcenie równoleżnikowe wg (6-2a) przyjmie postać:

$$\varepsilon_{y_o}^p = \frac{pr_1}{E_p t_o \varphi^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi}\right) (N_{4,o} - \nu_p N_{3,o}). \quad (13)$$



Odkształcenie równoleżnikowe dolnej krawędzi powłoki ma zależność:

$$\varepsilon_{y_o(\varphi=\varphi_1)}^p = \frac{pr_1}{E_p t_o \varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right) (N_{4,o(\varphi=\varphi_1)} - \nu_p N_{3,o(\varphi=\varphi_1)}). \quad (13a)$$

Reakcje podporowe (zwroty dodanie podano na rys. 2):

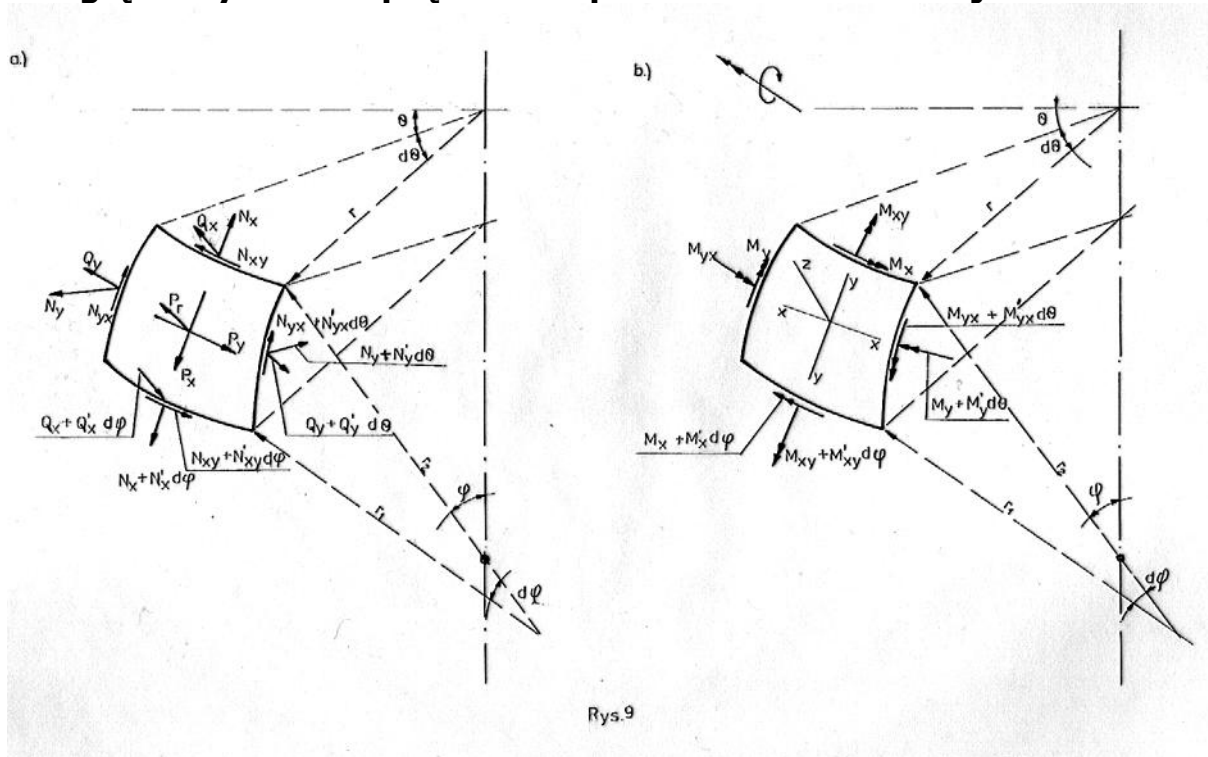
- składowa pozioma

$$H_o^p = -pr_1 N_{3,o(\varphi=\varphi_1)} \cos \varphi_1, \quad (14-1)$$

- składowa pionowa

$$V_o^p = pr_1 N_{3,o(\varphi=\varphi_1)} \sin \varphi_1. \quad (14-2)$$

2. Zgięciowy stan naprężenia w powłoce ostrołukowej



Rys.9

Na rys. 9 przedstawiono element powłoki wycięty przez dwie pary sąsiednich linii współrzędnych. Na rys. 9a pokazano siły działające na ten element. Podano tu wszystkie siły rozpatrywane w teorii błonowej (rys.3) oraz ponadto siły poprzeczne „ Q_x ” i „ Q_y ” charakterystyczne dla teorii zgięciowej. Na rys.9b pokazano momenty zginające i skręcające, które przedstawiono za pomocą wektorów wzdłuż ich osi.

Do rozpatrywanego zadania wykorzystano rozwiązanie (6-74a) wg pracy [1] str. 377 przyjmując w nim jedynie człony ze stałymi „A” malejące jak drgania tłumione gdy „ φ ” maleje, przedstawiają one bowiem lokalny stan naprężeń na brzegu dolnym powłoki. Człony ze stałymi „B” maleją jak drgania tłumione gdy „ φ ” rośnie, przedstawiają zatem lokalny stan naprężenia na brzegu górnym i w rozpatrywanym zadaniu gdzie mogą wystąpić zaburzenia jedynie na brzegu dolnym zostały pominięte; poza tym powłoka jest dostatecznie cienka aby zaburzenia z jednego brzegu nie miały wpływu na przeciwny.

Do rozwiązania zaczerpniętego z pracy [1] wchodzą oznaczenia:

$$\beta + \varphi = \kappa \alpha, \quad (15-1)$$

$$\kappa^4 = \frac{3(1-\nu_p^2)r_1^2}{t^2\left(1-\frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}\right)^2}, \quad (15-2)$$

gdzie: „ α ” i „ β ” są stałe, przy czym „ α ” jest tego samego rzędu co „ κ ”.

Współczynniki „ α ” i „ β ” będą wyznaczone w sposób następujący: po przyrównaniu zależności „ κ ” uzyskanych z równań (15) i podstawieniu wielkości „ t ” wg (8), otrzymuje się:

$$\frac{\alpha}{\beta + \varphi} = \frac{1}{\varphi} \sqrt{\frac{r_1}{t_0} \sqrt{3(1-\nu_p^2)}}. \quad (16)$$

Z powyższej zależności wynika: $\beta = 0,$ (16-1)

$$\alpha = \sqrt{\frac{r_1}{t_0} \sqrt{3(1-\nu_p^2)}}, \quad (16-2)$$

$$\kappa = \frac{\alpha}{\varphi}. \quad (16-3)$$

Uwzględniając powyższe, zależności na uogólnione siły wewnętrzne przyjmą postać {zależności na siły normalne wyznacza się z równań (6-54) podanych na str. 368, a zależności na momenty zginające z równań (6-51) podanych na str. 367 pracy [1]}:

- siła poprzeczna równoleżnikowa

$$Q_{x1} = \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha+\frac{1}{2}} \left[A_1 \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + A_2 \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right], \quad (17-1)$$

- siła podłużna południkowa $N_{x1} = -Q_{x1} \cot \varphi$, (17-2)

- siła podłużna równoleżnikowa

$$N_{y1} = -\frac{\alpha}{\varphi_1} \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}\right) \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha-\frac{1}{2}} \left[(A_1 + A_2) \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - (A_1 - A_2) \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right], \quad (17-3)$$

- południkowy moment zginający $M_{x1} = \frac{r_1 \varphi_1}{2\alpha} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha+\frac{3}{2}} \left[(A_1 - A_2) \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + (A_1 + A_2) \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right] + \frac{\nu_p r_1 \varphi^4 \cot \varphi}{2\alpha^2 \varphi_1^2 \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}\right)} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha-\frac{3}{2}} \left[A_1 \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - A_2 \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right]$, (17-4)

- równoleżnikowy moment zginający $M_{y1} = \frac{r_1 \varphi^4 \cot \varphi}{2\alpha^2 \varphi_1^2 \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}\right)} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha-\frac{3}{2}} \left[A_1 \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - A_2 \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right] + \frac{\nu_p r_1 \varphi_1}{2\alpha} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha+\frac{3}{2}} \left[(A_1 - A_2) \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + (A_1 + A_2) \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right]$. (17-5)

Reakcje podporowe (zwroty dodatnie podano na rys. 2) :

- składowa pozioma $H_1 = \frac{A_1}{\sin \varphi_1}$, (18-1)

- składowa pionowa $V_1 = 0$. (18-2)

Kąt obrotu południka :

$$\chi_1 = \frac{2\alpha^2}{E_p t_o \varphi_1^2 \varphi^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}\right)^3 \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha-\frac{3}{2}} \left[A_1 \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - A_2 \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right].$$

Kąt obrotu południka na dolnej krawędzi:

$$\chi_{1(\varphi=\varphi_1)} = \frac{-2\alpha^2}{E_p t_o \varphi_1^4} \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)^3 A_2. \quad (19)$$

Zależność na odkształcenie równoleżnikowe ma postać: $\varepsilon_{y1} = \frac{1}{E_p t} (N_{y1} - \nu_p N_{x1})$.

Odształcenie równoleżnikowe na dolnej krawędzi ma zależność:

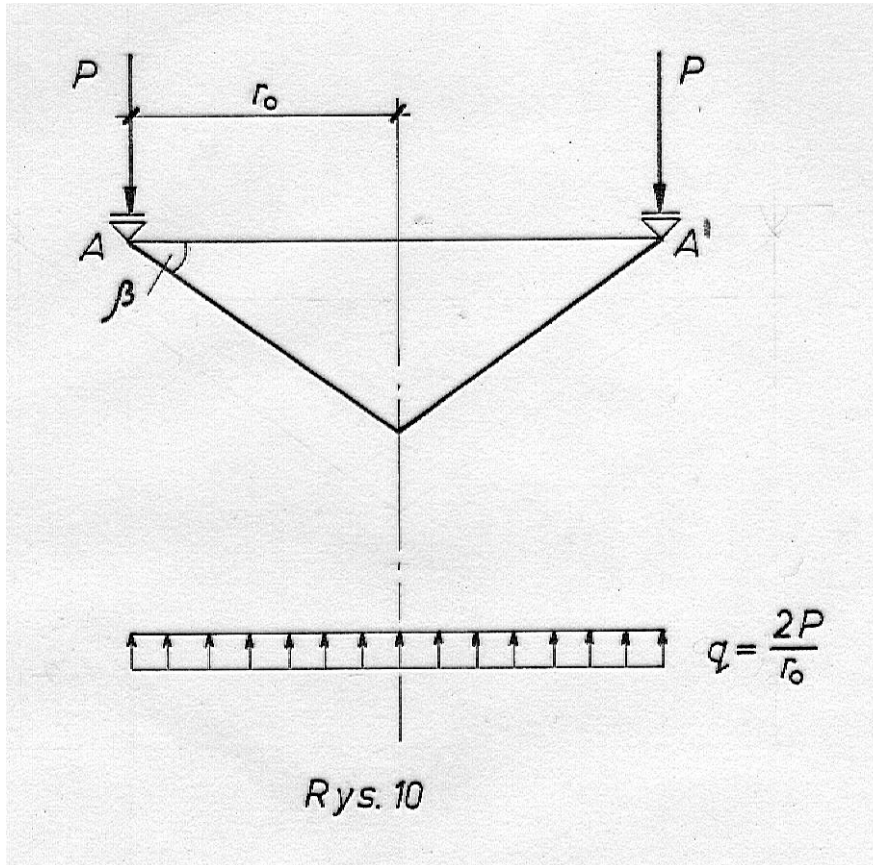
$$\varepsilon_{y1(\varphi=\varphi_1)} = \frac{1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}}{E_p t_o \varphi_1^2} \left[-\frac{\alpha}{\varphi_1} \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right) (A_1 + A_2) + \nu_p A_1 \cot \varphi_1 \right]. \quad (20)$$

Stałe „ A_1 ” i „ A_2 ” wyznacza się z warunków brzegowych.

3. Stan naprężenia w powłoce stożkowej podpartej przegubowo- przesuwnie w płaszczyźnie poziomej

3.1. Obciążenie pionowe spowodowane powłoką ostrołukową

Schemat powłoki podano na rys. 10.



Przyjęto, że reakcja gruntu odpowiadająca obciążeniu brzegowemu składa się z obciążenia równomiernego skierowanego pionowo.

Składowe przemieszczenia brzegu powłoki i wielkości sił wewnętrznych wg [2] str. 117 mają postać:

- przemieszczenie równoleżnikowe poziome
$$w_{Ao}^w = \frac{2Pr_0 \cos^2 \beta}{E_s h \sin \beta} (V_s - 1), \quad (21-1)$$

- kąt obrotu południka (zgodny z obrotem wskazówek normalnego zegara przyjęto ze znakiem „+”)

$$\varphi_{Ao}^w = -\frac{P \cos \beta}{E_s h \sin \beta} [1 + 2(V_s^2 - 2) \cos^2 \beta], \quad (21-2)$$

- siła południkowa
$$n_{x_0}^w = \frac{P}{\sin \beta} (D_3 \cos^2 \beta - 1 + \zeta), \quad (21-3)$$

- siła równoleżnikowa
$$n_{y_0}^w = \frac{2P}{\sin \beta} D_{25} \cos^2 \beta, \quad (21-4)$$

- południkowy moment zginający
$$m_{x_0}^w = -\frac{P \cos \beta}{\lambda_s} D_2, \quad (21-5)$$

- równoleżnikowy moment zginający
$$m_{y_0}^w = \nu_s m_{x_0}^w, \quad (21-6)$$

gdzie: $\lambda_s = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu_s^2)\sin^2\beta}{r_o^2 h^2}}$, $V_s = \frac{\lambda_s r_o}{\cos\beta}$, współczynniki D2, D3 i D25 wg wzorów lub tablic pracy [2].

Zależność na odkształcenie równoleżnikowe ma postać: $\varepsilon_{Ao}^w = \frac{1}{E_s h} (n_{y_o}^w - \nu_s n_{x_o}^w)_{(\zeta=0)}$.

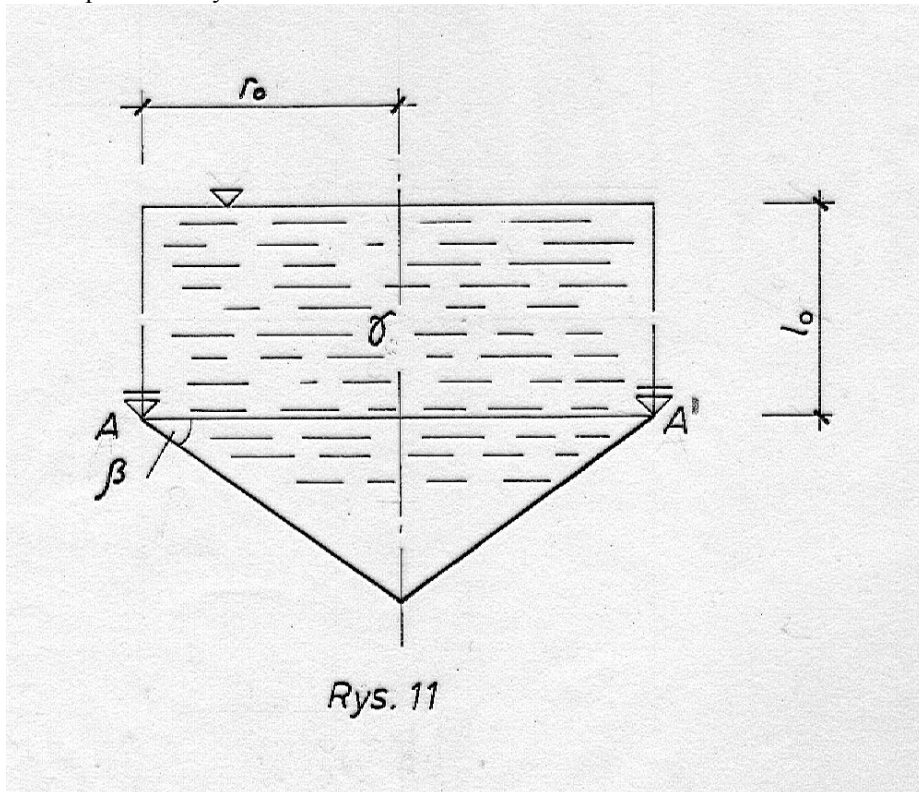
Podstawiając do niej odpowiednie wielkości sił, otrzymuje się:

$$\varepsilon_{Ao}^w = -\frac{P}{E_s h \sin\beta} [2(1 + V_s B_1) \cos^2\beta + \nu_s (B_2 \cos^2\beta - 1)] , \quad (22)$$

gdzie: „ B_1 ” i „ B_2 ” wg pracy [2].

3.2. Wypełnienie cieczą

Schemat powłoki podano na rys. 11



Rys. 11

Przyjęto, że reakcja gruntu odpowiadająca obciążeniu wypełnieniem cieczą składa się z obciążenia równomiernie skierowanego pionowo w związku z czym przemieszczenia i siły wewnętrzne oblicza się z superpozycji dwóch schematów obciążeń podanych w opracowaniu [2] na str. 117 podstawiając:

$$P = \frac{q r_o}{2} , \quad q = \gamma \left(l_o + \frac{r_o}{3} \tan\beta \right) .$$

Zatem do wzorów (21) i (22) należy podstawić: $P = \frac{\gamma r_o}{2} \left(l_o + \frac{r_o}{3} \tan\beta \right) .$

W wyniku superpozycji wypełnienia cieczą i odporu gruntu spowodowanego wypełnieniem otrzymuje się:
- przemieszczenie równoleżnikowe poziome

$$w_{Ao}^c = \frac{\gamma r_o^2}{E_s h} \left(l_o \sin\beta - \frac{r_o}{3} \cos\beta \right) , \quad (23-1)$$

- kąt obrotu południka

$$\varphi_{Ao}^c = -\frac{\gamma r_o^2}{E_s h} \left[2 \frac{l_o}{r_o} \cos\beta - \left(1 + \frac{2}{3} \cos^2\beta \right) \frac{1}{\sin\beta} \right] , \quad (23-2)$$

- siła południkowa $n_{x_o}^c = \frac{\gamma r_o^2}{3 \cos \beta} \zeta (1 - \zeta) ,$ (23-3)

- siła równoleżnikowa $n_{y_o}^c = \gamma r_o^2 (1 - \zeta) \left(\frac{l_o}{r_o} \sin \beta - \frac{\zeta}{\cos \beta} - \frac{\cos \beta}{3} \right) ,$ (23-4)

- południkowy moment zginający $m_{x_o}^c = 0 ,$ (23-5)

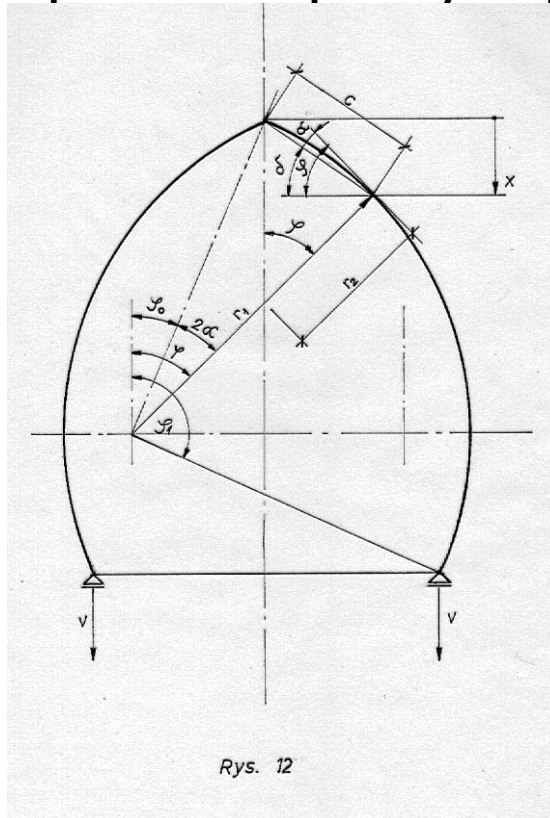
- równoleżnikowy moment zginający $m_{y_o}^c = 0 .$ (23-6)

Zależność na odkształcenie równoleżnikowe ma postać: $\varepsilon_{A_o}^c = \frac{1}{E_s h} (n_{y_o}^c - \nu_s n_{x_o}^c)_{(\zeta=0)} .$

Podstawiając do niej odpowiednie wielkości sił, otrzymuje się:

$$\varepsilon_{A_o}^c = \frac{\gamma r_o^2}{E_s h} \left(\frac{l_o}{r_o} \sin \beta - \frac{\cos \beta}{3} \right) . \quad (24)$$

4. Stan naprężenia w powłoce ostrołukowej podpartej przegubowo- przesuwnie w płaszczyźnie poziomej



Rys. 12

Schemat powłoki podano na rys. 12.

Powłoka w miejscu podparcia powinna spełniać dwa warunki brzegowe:

$$H = 0 , \quad (25-1)$$

$$M_{x(\varphi=\varphi_1)} = 0 . \quad (25-2)$$

Po podstawieniu zależności: (5-1), (14-1), (17-4) i (18-1) otrzymuje się:

$$-\gamma r_1^2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \cos \varphi_1 - p r_1 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} \cos \varphi_1 + \frac{A_1}{\sin \varphi_1} = 0 , \quad (25-1)$$

$$\frac{r_1 \varphi_1}{2\alpha} (A_1 - A_2) + \frac{\nu_p r_1 \varphi_1^4 \cot \varphi_1}{2\alpha^2 \varphi_1^2 \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)} (-A_2) = 0. \quad (25-2)$$

Z rozwiązania równań (25) wynika:

$$A_1 = [\gamma r_1^2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} + p r_1 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)}] \sin \varphi_1 \cos \varphi_1, \quad (26-1)$$

$$A_2 = \frac{[\gamma r_1^2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} + p r_1 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)}] \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)}}. \quad (26-2)$$

Siły wewnętrzne:

$$\text{- siła południkowa} \quad N_x = \gamma r_1^2 N_{1.1} + p r_1 N_{3.1}, \quad (27-1)$$

$$\text{gdzie: } L_1 = \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha + \frac{1}{2}} \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \cot \varphi \left[\cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + \frac{\sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right)}{1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)}} \right],$$

$$N_{1.1} = N_{1.o} - L_1 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)}, \quad N_{3.1} = N_{3.o} - L_1 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)};$$

$$\text{- siła równoleżnikowa} \quad N_y = \gamma r_1^2 N_{2.1} + p r_1 N_{4.1}, \quad (27-2)$$

gdzie:

$$L_2 = \frac{\alpha}{\varphi_1} \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}\right) \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha - \frac{1}{2}} \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \frac{2 \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)}}{1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)}} \left[\cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right],$$

$$N_{2.1} = N_{2.o} - L_2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)}, \quad N_{4.1} = N_{4.o} - L_2 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)};$$

- składowa pionowa reakcji podporowej

$$V = \gamma r_1^2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \sin \varphi_1 + p r_1 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} \sin \varphi_1, \quad (27-3)$$

$$\text{- południkowy moment zginający} \quad M_x = \gamma r_1^3 M_{1.1} + p r_1^2 M_{1.2}, \quad (27-4)$$

gdzie :

$$L_3 = \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)}} \left\{ \frac{\varphi_1}{2\alpha} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha + \frac{3}{2}} \left[2 \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)} \left[\sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right] \right\} + \frac{\nu_p \varphi^4 \cot \varphi}{2\alpha^2 \varphi_1^2 \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}\right)} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha - \frac{3}{2}} \left\{ \left[1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}\right)} \right] \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right\},$$

$$\begin{aligned}
M_{1.1} &= L_3 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)}, & M_{1.2} &= L_3 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)}; & L_3(\varphi=\varphi_1) &= 0. \\
\text{- równoleżnikowy moment zginający} & & M_y &= \gamma r_1^3 M_{2.1} + p r_1^2 M_{2.2}, & & (27-5) \\
\text{gdzie:} & & & & &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_4 &= \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)}} \left\langle \frac{\nu_p \varphi_1}{2\alpha} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha + \frac{3}{2}} \left\{ 2 \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)} \left[\sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) + \right. \right. \right. \\
&+ \left. \left. \left. \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right] \right\} + \right. \\
&+ \left. \frac{\varphi^4 \cot \varphi}{2\alpha^2 \varphi_1^2 \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi}\right)} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha - \frac{3}{2}} \left\{ \left[1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)} \right] \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) - \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right\} \right\rangle,
\end{aligned}$$

$$M_{2.1} = L_4 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)}, \quad M_{2.2} = L_4 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)}.$$

$$\text{Kąt obrotu dolnej krawędzi południka: } \chi_{(\varphi=\varphi_1)} = \frac{\gamma r_1^2}{E_p t_o} F_{12} + \frac{p r_1}{E_p t_o} F_{13}, \quad (27-6)$$

gdzie:

$$F_{11} = \frac{2\alpha^2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{\varphi_1^2 \left[1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)} \right]} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right), \quad F_{12} = \frac{1}{\varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right)^2 \left[F_5 - F_{11} N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \right],$$

$$F_{13} = \frac{1}{\varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right)^2 \left[F_{10} - F_{11} N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} \right].$$

Odkształcenie równoleżnikowe dolnej krawędzi powłoki:

$$\varepsilon_{y(\varphi=\varphi_1)} = \frac{\gamma r_1^2}{E_p t_o} F_{15} + \frac{p r_1}{E_p t_o} F_{16}, \quad (27-7)$$

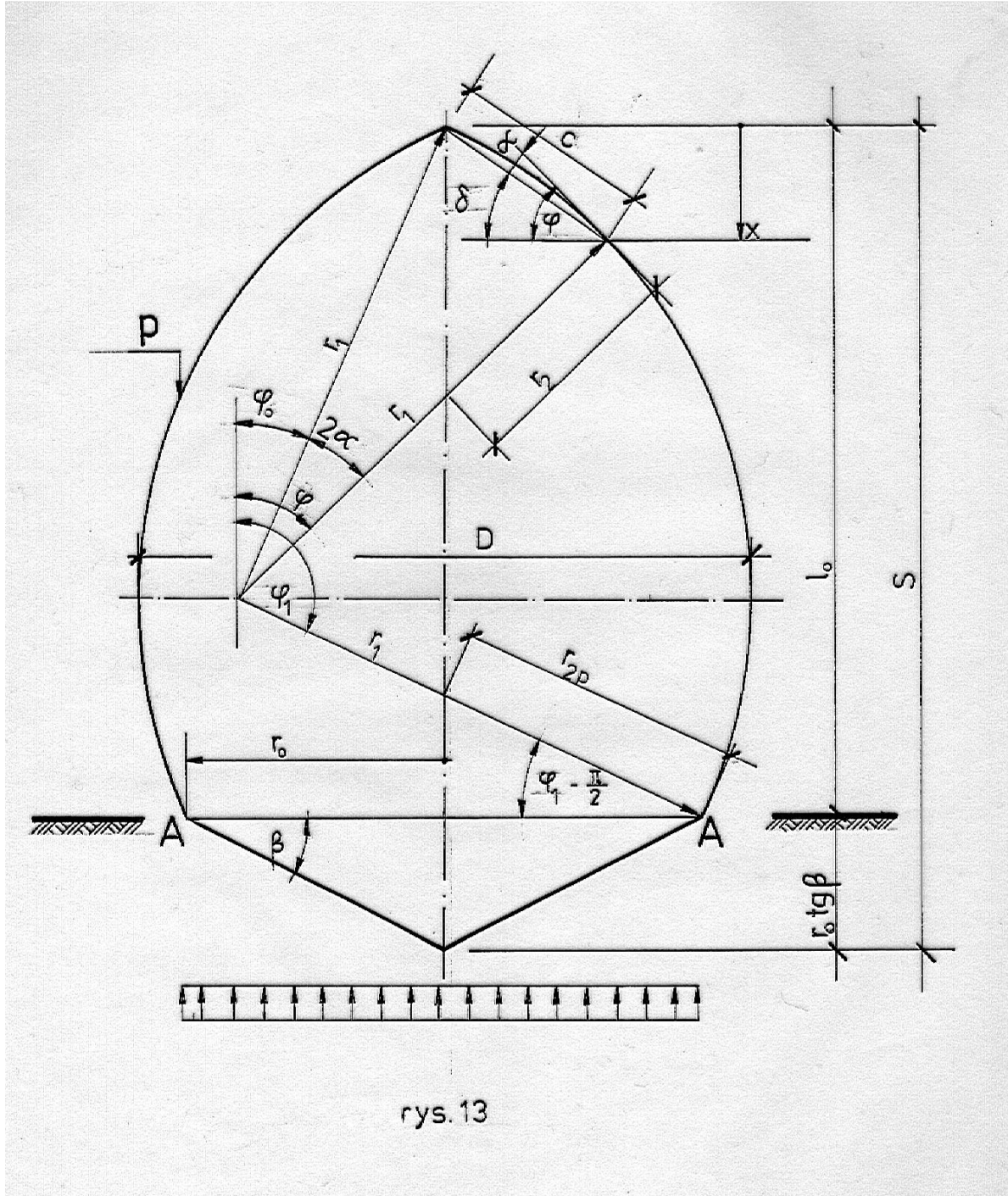
$$\text{gdzie } F_{14} = \frac{\alpha}{\varphi_1} (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o) \frac{2 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)}}{1 + \frac{\nu_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1}\right)}} \cos \varphi_1 + \nu_p \sin^2 \varphi_1,$$

$$F_{15} = \frac{1}{\varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right) \left[N_{2.o(\varphi=\varphi_1)} - F_{14} N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \right],$$

$$F_{16} = \frac{1}{\varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right) \left[N_{4.o(\varphi=\varphi_1)} - F_{14} N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} \right].$$

5. Stan naprężenia w powłoce ostrołukowej i stożkowej połączonych ze sobą węzłem sztywnym

Schemat statyczny podano na rys. 13. Komora jest obciążona ciężarem własnym i całkowitym wypełnieniem cieczą.



rys. 13

Z rysunku wynika: $r_{2p} = r_1 \left(1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1} \right)$, $r_o = r_1 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o)$.

Dla: $\varphi_o = 45^\circ$ i $\varphi_1 = 135^\circ$ jest $r_o = 0$.

$l_o = r_1 (\cos \varphi_o - \cos \varphi_1)$, dla: $\varphi_o = 45^\circ$ i $\varphi_1 = 135^\circ$ jest $l_o = r_1 \sqrt{2}$.

$$\frac{l_o}{r_o} = \frac{\cos \varphi_o - \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o} \quad \text{lub} \quad \frac{l_o}{r_o} = \tan \frac{\varphi_o + \varphi_1}{2} .$$

W węzle „A” powinny być spełnione dwa warunki: odkształcenie równoleżnikowe dolnej krawędzi powłoki ostrołukowej będzie równe odkształceniu równoleżnikowemu górnej krawędzi powłoki stożkowej, oraz kąt obrotu dolnej krawędzi południka powłoki ostrołukowej będzie równy kątowi obrotu górnej krawędzi południka powłoki stożkowej. Do równań równowagi należy podstawić zależności dla powłok podpartych przegubowo-przesuwnie w płaszczyźnie poziomej.

Otrzymuje się zatem:

$$\text{- odkształcenie równoleżnikowe krawędzi} \quad \varepsilon_{y(\varphi=\varphi_1)} + \varepsilon_{y1(\varphi=\varphi_1)} = \varepsilon_{Ao}^W + \varepsilon_{Ao}^C + \varepsilon_A^Z, \quad (28-1)$$

$$\text{- kąt obrotu krawędzi południków} \quad \chi_{1(\varphi=\varphi_1)} + \chi_{(\varphi=\varphi_1)} = \varphi_{Ao}^W + \varphi_{Ao}^C + \varphi_A^Z, \quad (28-2)$$

gdzie ε_A^Z i φ_A^Z - odkształcenie i kąt obrotu krawędzi powłoki stożkowej w stanie zgięciowym spowodowane działaniem sił „ H_1 ”, „ V_1 ” i „ $M_{x1(\varphi=\varphi_1)}$ ” dla stanu zgięciowego powłoki ostrołukowej.

$$H_1 = \frac{A_1}{\sin \varphi_1}, \quad V_1 = 0, \quad M_{x1(\varphi=\varphi_1)} = \frac{r_1 \varphi_1}{2\alpha} \left\{ A_1 - A_2 \left[1 + \frac{v_p \varphi_1 \cot \varphi_1}{\alpha \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right)} \right] \right\}.$$

Na podstawie pracy [2] otrzymuje się:

$$\varepsilon_A^Z = \frac{1}{E_s h} (n_{y1} - v_s n_{x1})_{(\zeta=0)}, \quad \varphi_A^Z = - \frac{H_1 \sin \beta}{2D_s \lambda_s^2} - \frac{M_{x1(\varphi=\varphi_1)}}{D_s \lambda_s},$$

$$\varepsilon_A^Z = \frac{1}{E_s h} (F_{17} A_1 - F_{18} A_2), \quad \varphi_A^Z = - \frac{1}{E_s h} (F_{22} A_1 - F_{23} A_2).$$

W powyższych zależnościach przyjęto oznaczenia:

$$F_{17} = \lambda_s r_1 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o) \left(\frac{\lambda_s r_1 \varphi_1}{\alpha \sin \beta} - \frac{2B_1}{\sin \varphi_1} \right) - \frac{v_s B_2 \cos \beta}{\sin \varphi_1},$$

$$F_{18} = \frac{(\lambda_s r_1)^2 \varphi_1}{\alpha \sin \beta} \left(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o + \frac{v_p \varphi_1 \cos \varphi_1}{\alpha} \right),$$

$$F_{19} = \frac{2(\lambda_s r_1)^2 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o)^2}{\sin \beta}, \quad F_{20} = \frac{1}{\sin \varphi_1} + \frac{\lambda_s r_1 \varphi_1}{\alpha \sin \beta},$$

$$F_{21} = \frac{\lambda_s r_1 \varphi_1}{\alpha \sin \beta} \left[1 + \frac{v_p \varphi_1 \cos \varphi_1}{\alpha (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o)} \right], \quad F_{22} = F_{19} F_{20}, \quad F_{23} = F_{19} F_{21} .$$

Do zależności „ ε_{Ao}^W ” i „ φ_{Ao}^W ” w równaniach (28) wchodzi wielkość „ P ”, która jest równa składowej pionowej reakcji podpory (z przeciwnym znakiem) w powłoce ostrołukowej podpartej przegubowo-przesuwnie w płaszczyźnie poziomej :

$$P = -V, \quad P = -[\gamma r_1^2 N_{1,o(\varphi=\varphi_1)} + p r_1 N_{3,o(\varphi=\varphi_1)}] \sin \varphi_1 .$$

Układ równań (28) przyjmie postać:

$$-F_{31} A_1 - F_{32} A_2 + F_{33} p r_1 + F_{34} \gamma r_1^2 = 0, \quad (28-1)$$

$$F_{35} A_1 - F_{36} A_2 + F_{37} p r_1 + F_{38} \gamma r_1^2 = 0. \quad (28-2)$$

Do równań (28) wprowadzono oznaczenia:

$$F_{24} = \frac{1}{\varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right) \left[\frac{\alpha}{\varphi_1} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right) - v_p \cot \varphi_1 \right],$$

$$F_{25} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \beta} [2(1 + V_s B_1) \cos^2 \beta + v_s (B_2 \cos^2 \beta - 1)] ,$$

$$F_{26} = (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o)^2 \left(\sin \beta \tan \frac{\varphi_o + \varphi_1}{2} - \frac{\cos \beta}{3} \right) ,$$

$$F_{27} = \frac{2\alpha^2}{\varphi_1^4} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right)^3 , \quad F_{28} = \frac{\sin \varphi_1 \cos \beta}{\sin^2 \beta} [1 + 2(V_s^2 - 2) \cos^2 \beta] ,$$

$$F_{29} = \left[2 \cos \beta \tan \frac{\varphi_o + \varphi_1}{2} - \left(1 + \frac{2}{3} \cos^2 \beta \right) \frac{1}{\sin \beta} \right] (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o)^2 , \quad F_{30} = \frac{E_p t_o}{E_s h} ,$$

$$F_{31} = F_{24} + F_{17} F_{30} , \quad F_{32} = F_{24} - F_{18} F_{30} + \frac{v_p \cot \varphi_1}{\varphi_1^2} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi_1} \right) ,$$

$$F_{33} = F_{16} - F_{25} F_{30} N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} , \quad F_{34} = F_{15} - F_{30} [F_{25} N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} + F_{26}] ,$$

$$F_{35} = F_{22} F_{30} , \quad F_{36} = F_{27} + F_{23} F_{30} , \quad F_{37} = F_{13} - F_{28} F_{30} N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} ,$$

$$F_{38} = F_{12} - F_{30} [F_{28} N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} - F_{29}] . \quad B_1, B_2, v_s, V_s - \text{ wg pracy [2]} .$$

Rozwiązanie układu równań (28) ma postać:

$$A_1 = F_{44} p r_1 + F_{45} \gamma r_1^2 , \quad A_2 = F_{46} p r_1 + F_{47} \gamma r_1^2 ,$$

$$\text{gdzie} \quad F_{39} = F_{31} F_{36} + F_{32} F_{35} , \quad F_{40} = F_{33} F_{36} - F_{32} F_{37} ,$$

$$F_{41} = F_{34} F_{36} - F_{32} F_{38} , \quad F_{42} = F_{31} F_{37} + F_{33} F_{35} , \quad F_{43} = F_{31} F_{38} + F_{34} F_{35} ,$$

$$F_{44} = \frac{F_{40}}{F_{39}} , \quad F_{45} = \frac{F_{41}}{F_{39}} , \quad F_{46} = \frac{F_{42}}{F_{39}} , \quad F_{47} = \frac{F_{43}}{F_{39}} .$$

Wielkości uogólnionych sił wewnętrznych w powłoce ostrołukowej uzyskuje się z sumowania zależności (17) i (27) :

$$\text{- siła południkowa} \quad N_x = \gamma r_1^2 N_1 + p r_1 N_2 , \quad (29-1)$$

$$\text{- siła równoleżnikowa} \quad N_y = \gamma r_1^2 N_3 + p r_1 N_4 , \quad (29-2)$$

$$\text{- południkowy moment zginający} \quad M_x = \gamma r_1^3 M_1 + p r_1^2 M_2 , \quad (29-3)$$

$$\text{- równoleżnikowy moment zginający} \quad M_y = \gamma r_1^3 M_3 + p r_1^2 M_4 , \quad (29-4)$$

$$\text{gdzie} \quad N_1 = N_{1.1} - \left(\frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^{\alpha + \frac{1}{2}} \left[F_{45} \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) + F_{47} \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right] \cot \varphi ,$$

$$N_2 = N_{3.1} - \left(\frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^{\alpha + \frac{1}{2}} \left[F_{44} \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) + F_{46} \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right] \cot \varphi ,$$

$$N_3 = N_{2.1} + \frac{\alpha}{\varphi_1} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right) \left(\frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^{\alpha - \frac{1}{2}} \left[(F_{45} - F_{47}) \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) - (F_{45} + F_{47}) \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right] ,$$

$$N_4 = N_{4.1} + \frac{\alpha}{\varphi_1} \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi} \right) \left(\frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^{\alpha - \frac{1}{2}} \left[(F_{44} - F_{46}) \sin \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) - (F_{44} + F_{46}) \cos \left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right] ,$$

$$M_{1.3} = \frac{\varphi_1}{2\alpha} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha+\frac{3}{2}} \left[(F_{45} - F_{47}) \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + (F_{45} + F_{47}) \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right],$$

$$M_{1.4} = \frac{\varphi^4 \cos \varphi}{2\alpha^2 \varphi_1^2 (\sin \varphi - \sin \varphi_0)} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha-\frac{3}{2}} \left[F_{45} \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - F_{47} \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right],$$

$$M_{2.3} = \frac{\varphi_1}{2\alpha} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha+\frac{3}{2}} \left[(F_{44} - F_{46}) \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) + (F_{44} + F_{46}) \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right],$$

$$M_{2.4} = \frac{\varphi^4 \cos \varphi}{2\alpha^2 \varphi_1^2 (\sin \varphi - \sin \varphi_0)} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{\alpha-\frac{3}{2}} \left[F_{44} \sin\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) - F_{46} \cos\left(\alpha \ln \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \right],$$

$$M_1 = M_{1.1} + M_{1.3} + \nu_p M_{1.4}, \quad M_2 = M_{1.2} + M_{2.3} + \nu_p M_{2.4},$$

$$M_3 = M_{2.1} + M_{1.4} + \nu_p M_{1.3}, \quad M_4 = M_{2.2} + M_{2.4} + \nu_p M_{2.3}.$$

Składowa pozioma reakcji podporowej w powłoce ostrołukowej:

$$H = (\gamma r_1^2 F_{45} + p r_1 F_{44}) \frac{1}{\sin \varphi_1}. \quad (29-5)$$

Składowa pionowa reakcji podporowej w powłoce ostrołukowej wg (27-3) :

$$V = \gamma r_1^2 N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} \sin \varphi_1 + p r_1 N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} \sin \varphi_1. \quad (29-6)$$

Wielkość południkowego momentu zginającego powłokę ostrołukową w miejscu podparcia:

$$M_{x(\varphi=\varphi_1)} = \gamma r_1^3 M_{1(\varphi=\varphi_1)} + p r_1^2 M_{2(\varphi=\varphi_1)}. \quad (29-7)$$

Powłoka stożkowa podlega oddziaływaniu sił podanych na rys. 14, które wynikają z faktu połączenia jej z powłoką ostrołukową; powstają w niej także siły wewnętrzne podane pod poz. 3.1 i 3.2. Wielkości wynikowe sił wewnętrznych otrzymuje się z superpozycji tych dwóch stanów naprężenia.

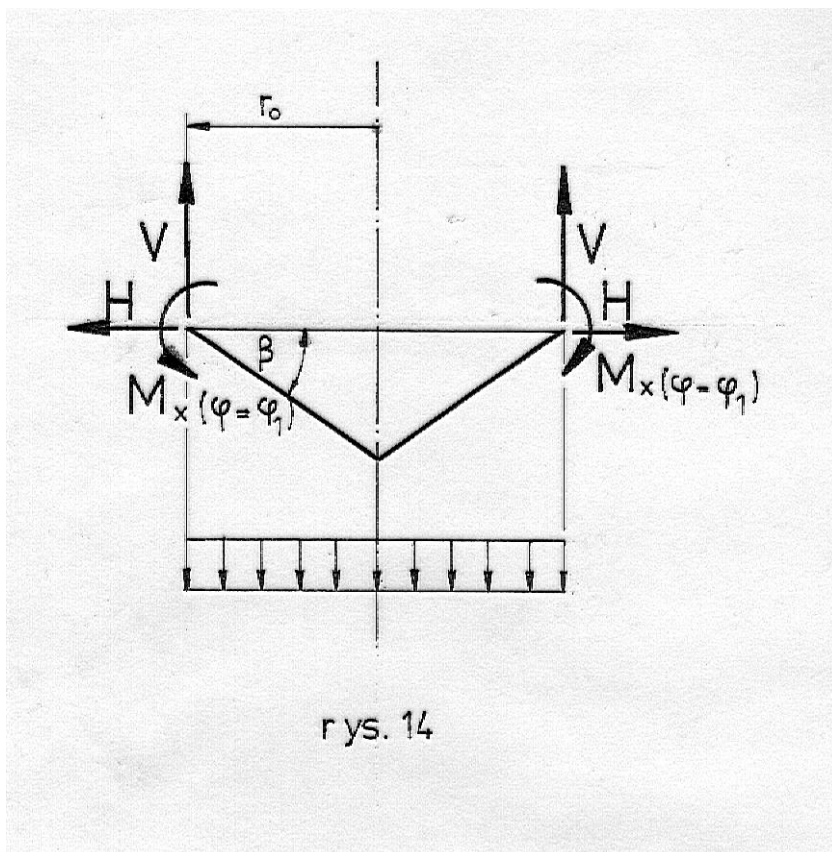
Wpływ oddziaływania sił podanych na rys. 14 będzie określony wg pracy [2] na str. 112.

$$\text{Siła południkowa w powłoce stożkowej:} \quad n_x = \gamma r_1^2 N_5 + p r_1 N_6, \quad (29-8)$$

$$\text{gdzie} \quad N_{5.1} = (1 - \zeta - D_3 \cos^2 \beta) \frac{\sin \varphi_1}{\sin \beta}, \quad N_{5.2} = D_3 \frac{\cos \beta}{\sin \varphi_1}, \quad N_{5.3} = 2\lambda_s r_1 D_2 \cot \beta,$$

$$N_5 = N_{5.1} N_{1.o(\varphi=\varphi_1)} + \zeta(1 - \zeta) \frac{(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)^2}{3 \cos \beta} + F_{45} N_{5.2} - N_{5.3} M_{1(\varphi=\varphi_1)},$$

$$N_6 = N_{5.1} N_{3.o(\varphi=\varphi_1)} + F_{45} N_{5.2} - N_{5.3} M_{2(\varphi=\varphi_1)}.$$



rys. 14

Siła równoleżnikowa w powłoce stożkowej: $n_y = \gamma r_1^2 N_7 + p r_1 N_8$, (29-9)

gdzie $N_{7.1} = 2\lambda_s r_1 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0) \frac{D_{11}}{\sin \varphi_1}$, $N_{7.2} = 2D_{25} \sin \varphi_1 \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta}$,

$N_{7.3} = 2(\lambda_s r_1)^2 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0) \frac{D_{12}}{\sin \beta}$,

$N_7 = (1 - \zeta) \left(\tan \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2} \sin \beta - \frac{\zeta}{\cos \beta} - \frac{\cos \beta}{3} \right) (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)^2 + F_{45} N_{7.1} - N_{7.2} N_{1.0(\varphi=\varphi_1)} + N_{7.3} M_{1(\varphi=\varphi_1)}$,

$N_8 = F_{44} N_{7.1} - N_{7.2} N_{3.0(\varphi=\varphi_1)} + N_{7.3} M_{2(\varphi=\varphi_1)}$.

Południkowy moment zginający w powłoce stożkowej: $m_x = \gamma r_1^3 M_5 + p r_1^2 M_6$, (29-10)

gdzie $M_{5.1} = \frac{D_2}{\lambda_s r_1} \sin \varphi_1 \cos \beta$, $M_{5.2} = \frac{D_2 \sin \beta}{\lambda_s r_1 \sin \varphi_1}$,

$M_5 = M_{5.1} N_{1.0(\varphi=\varphi_1)} - F_{45} M_{5.2} + D_4 M_{1(\varphi=\varphi_1)}$,

$M_6 = M_{5.1} N_{3.0(\varphi=\varphi_1)} - F_{44} M_{5.2} + D_4 M_{2(\varphi=\varphi_1)}$.

Równoleżnikowy moment zginający w powłoce stożkowej: $m_y = \nu_s m_x$. (29-11)

W powyższych wzorach zastosowano współczynniki: $D_2, D_3, D_{11}, D_{12}, D_{25}$, wg wzorów lub tablic

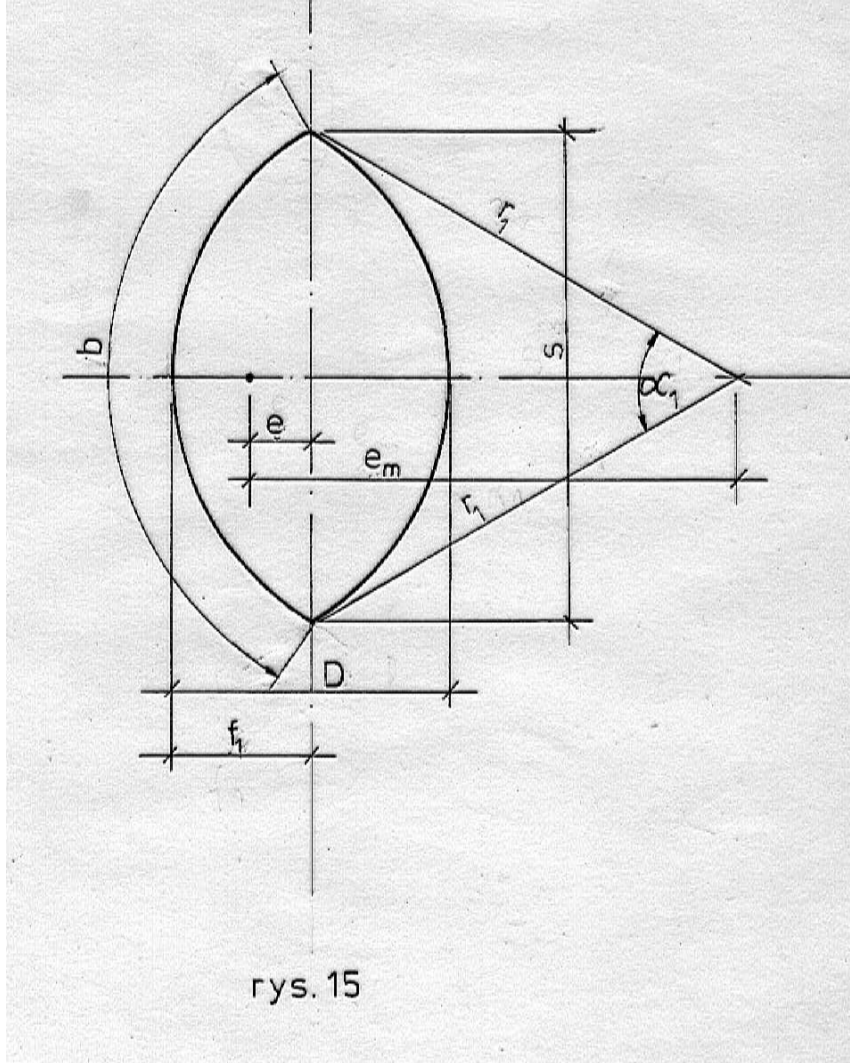
pracy [2] dla $V_s = \lambda_s r_1 \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0}{\cos \beta}$, $\lambda_s = \sqrt[4]{3(1 - \nu_s^2)} \sqrt{\frac{\sin \beta}{h r_1 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)}}$.

Lub inaczej: $V_s = \sqrt[4]{3(1 - \nu_s^2)} \sqrt{\frac{r_1(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0) \tan \beta}{h \cos \beta}}$, oraz $\lambda_s r_1 = V_s \frac{\cos \beta}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0}$.

6. Przykład liczbowy wydzielonej komory fermentacyjnej o pojemności 1700 m³

6.1. Dane ogólne

Kształt i oznaczenia komory podano na rysunkach 15 i 16.



rys. 15

Wymiary komory będą obliczone na podstawie wzorów empirycznych zależnych od pojemności komory. Przyjęto pojemność wyjściową $V = 1600 \text{ m}^3$.

Wysokość komory jajowej; $S = 1.721V^{0.333}$, $\log S = \log 1.721 + 0.333 \log V$,

$\log S = 1.3028$, $S = 20.08 \text{ m}$, przyjęto $S = 20.00 \text{ m}$. $D = 0.69S$, $D = 13.85 \text{ m}$.
 $r_1 = 0.512S$, $r_1 = 10.28 \text{ m}$.

Przyjęto wymiary wewnętrzne: $\varphi_0 = 20^\circ$, $\cos \varphi_0 = 0.9397$. $r_1 = \frac{S}{2 \cos \varphi_0}$, $r_1 = 10.64 \text{ m} \approx 10.28 \text{ m}$.

Z zależności: $r_1 = \frac{S^2}{8f_1} + \frac{f_1}{2}$, wynika $4f_1^2 - 8r_1f_1 + S^2 = 0$, $\rightarrow f_1 = 7.00 \text{ m}$.

$2f_1 = 14.00 \text{ m} \approx 13.85 \text{ m} = D$.

$$\tan \frac{\alpha_1}{2} = \frac{S}{2(r_1 - f_1)}, \quad \frac{\alpha_1}{2} = 70^\circ, \quad \alpha_1 = 140^\circ. \quad b = \pi r_1 \frac{\alpha_1}{180}, \quad b = 25.9985 \text{ m}.$$

$$\text{Pole powierzchni obracanej w jaju: } F = \frac{1}{2} [r_1(b - S) + S f_1], \quad F = 101.912 \text{ m}^2. \quad e_m = \frac{S^3}{12F},$$

$$e_m = 6.5416 \text{ m}. \quad e = e_m - r_1 \cos \frac{\alpha_1}{2}, \quad e = 2.9027 \text{ m}.$$

$$\text{Objętość: } V_1 = 2\pi e F, \quad V_1 = 1859 \text{ m}^3.$$

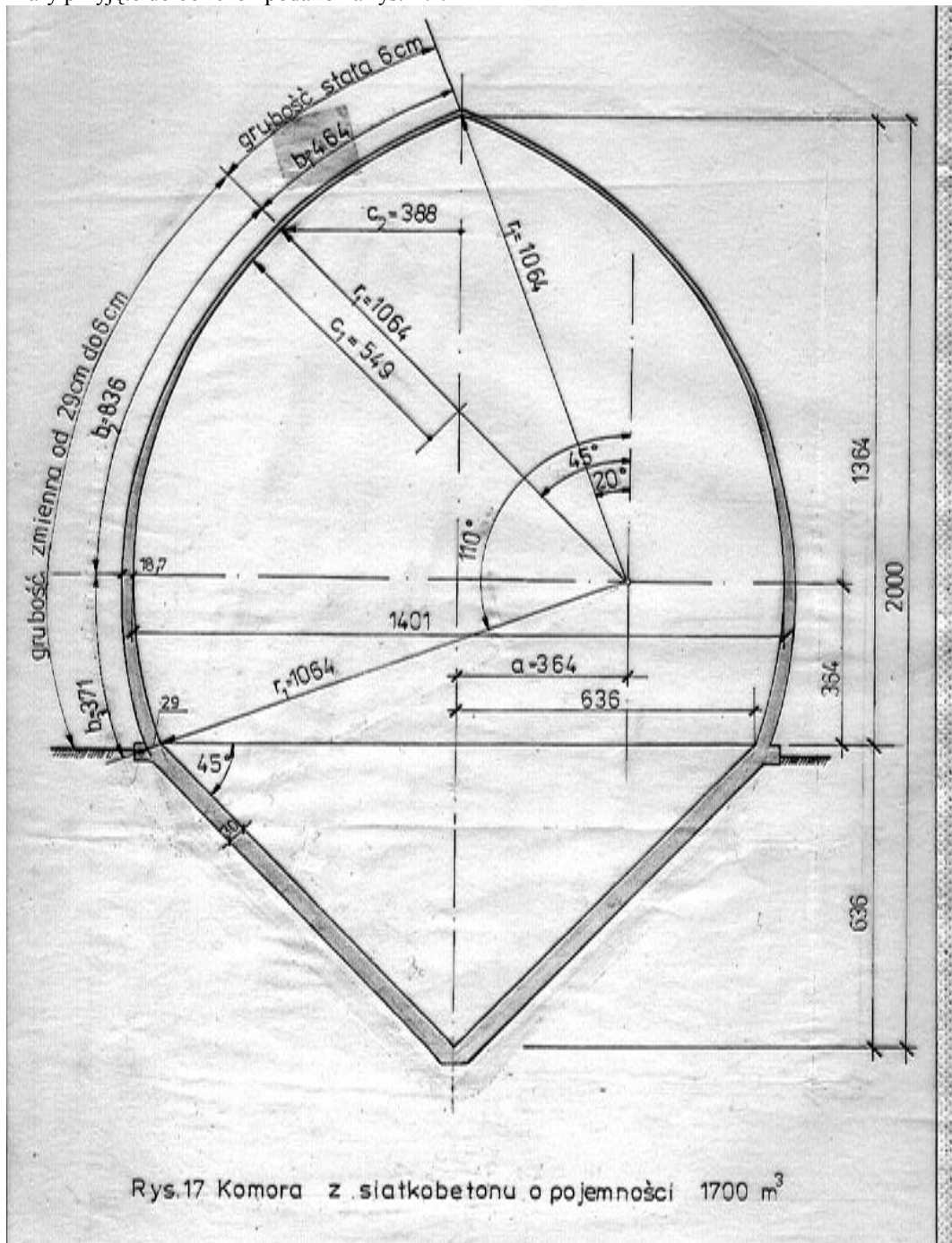
Od tej objętości należy odjąć objętość bryły obrotowej znajdującej się poniżej stożka :

$$V_2 = \frac{\pi r_1}{\cos 45^\circ} \left\{ \left(\pi \frac{45^\circ - \varphi_0}{90^\circ} - \cos 2\varphi_0 \right) [\sin(45^\circ - \varphi_0) - \cos(45^\circ - \varphi_0)] + \frac{4}{3} \sin(45^\circ - \varphi_0) \right\},$$

$$V_2 = 131 \text{ m}^3.$$

$$\text{Pojemność wynikowa komory ze stożkiem: } V = V_1 - V_2, \quad V_2 = 1728 \text{ m}^3 \approx 1700 \text{ m}^3.$$

Wymiary przyjęte do obliczeń podano na rys. 17.



$$r_1 = 10.64 \text{ m}, \quad \varphi_o = 20^\circ = \pi \frac{20^\circ}{180^\circ} = 0.3491, \quad \varphi_1 = 110^\circ = \pi \frac{110^\circ}{180^\circ} = 1.9199, \quad \beta = 45^\circ,$$

$$r_o = r_1(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_o) = 6.36 \text{ m}, \quad l_o = r_1(\cos \varphi_o - \cos \varphi_1) = 13.64 \text{ m}, \quad S = 2r_1 \cos \varphi_o = 20.00 \text{ m}.$$

$$D = 2r_1 - \sqrt{4r_1^2 - S^2} = 14.01 \text{ m}, \quad a = r_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_o\right) = 3.64 \text{ m}, \quad h = 0.30 \text{ m}, \quad \frac{l_o}{r_o} = \tan \frac{\varphi_o + \varphi_1}{2} = 2.1447.$$

Grubość powłoki ostrołukowej: $t = t_o \frac{\varphi^2}{1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin \varphi}}$. Przyjęto: $t_o = 0.05 \text{ m}$. Dla $\varphi = \varphi_1$ jest $t_{\varphi_1} = 0.29 \text{ m}$.

Dla $\varphi = 45^\circ$ jest $t_{45^\circ} = 0.06 \text{ m}$, dla $\varphi = 90^\circ$ jest $t_{90^\circ} = 0.187 \text{ m}$. W zakresie $\varphi \leq 45^\circ$ przyjęto $t = 0.06 \text{ m}$.

Wymiary pomocnicze wg rys. 17: $c_1 = r_1 \left(1 - \frac{\sin \varphi_o}{\sin 45^\circ}\right) = 5.49 \text{ m}$, $c_2 = c_1 \sin 45^\circ = 3.88 \text{ m}$,

$$b_1 = r_1 \pi \frac{45^\circ - \varphi_o}{180^\circ} = 4.64 \text{ m}, \quad b_2 = r_1 \pi \frac{90^\circ - 45^\circ}{180^\circ} = 8.36 \text{ m}, \quad b_3 = r_1 \pi \frac{\varphi_1 - 90^\circ}{180^\circ} = 3.71 \text{ m},$$

$$H_1 = r_1 \sin \varphi_o = 3.64 \text{ m}.$$

Objętość betonu w powłoce ostrołukowej:

$$V_o = 2\pi \left[\left(r_o + \frac{D}{2}\right) 0.5b_3(t_{\varphi_1} + t_{90^\circ})0.5 + (0.5D + c_2)0.5b_2(t_{90^\circ} + t_{45^\circ}) + 0.5c_2b_1t_{45^\circ} \right],$$

$$V_o = 75.8518 \text{ m}^3.$$

Pole powierzchni powłoki ostrołukowej:

$$F_o = 2\pi[(r_o + 0.5D)0.5b_3 + (0.5D + c_2)0.5b_2 + b_20.5b_1] = 563.5175 \text{ m}^2.$$

Średnia grubość powłoki ostrołukowej: $t_s = \frac{V_o}{F_o} = 0.135 \text{ m}$.

Beton powłoki ostrołukowej klasy B40, $E_p = 36000000 \text{ kN/m}^2$, $\nu_p = 0.1667$.

Beton powłoki stożkowej klasy B20, $E_s = 27000000 \text{ kN/m}^2$, $\nu_s = 0.1667$.

Grubość powłoki stożkowej $h = 0.30 \text{ m}$.

6.2. Obciążenia obliczeniowe

Zastępcze obciążenie ciężarem własnym:

- powłoka	$0.135 \cdot 25 \cdot 1.1 =$	3.17 kN/m ²
- zaprawa	$0.02 \cdot 21 \cdot 1.2 =$	0.50 "
- izolacja termiczna	$0.06 \cdot 6 \cdot 1.2 =$	0.43 "
- warstwa elewacyjna	$0.03 \cdot 21 \cdot 1.2 =$	0.76 "
		Razem: 4.86 kN/m ²

Przyjęto: $p = 5 \text{ kN/m}^2$, w tym - ciężar własny powłoki $p_1 = 3.2 \text{ kN/m}^2$
 - pokrycie $p_2 = 1.8 \text{ "}$

Wypełnienie cieczą o masie jednostkowej: $\gamma = 1.1 \cdot 11 = 12.1 \text{ kN/m}^3$.

6.3. Obliczenie wartości współczynników wchodzących do zależności na uogólnione siły wewnętrzne

W powloce ostrołukowej :

φ°	$N_{1,o}$	$N_{2,o}$	$N_{3,o}$	$N_{4,o}$	$N_{1,1}$	$N_{3,1}$
20	0	0	0	0	0	0
50	0.0311	0.1471	-0.3628	-0.1550	0.0311	-0.3628
70	0.0847	0.3263	-0.5328	0.1214	0.0847	-0.5328
80	0.1044	0.4319	-0.6445	0.3073	0.1044	-0.6445
90	0.1128	0.5441	-0.7931	0.5218	0.1128	-0.7931
96	0.1087	0.6138	-0.9101	0.6657	0.1087	-0.9101
101	0.0981	0.6727	-1.0306	0.7958	0.0988	-1.0469
104	0.0875	0.7085	-1.1158	0.8791	0.0881	-1.1296
106	0.0784	0.7324	-1.1792	0.9372	0.0781	-1.1861
108	0.0673	0.7566	-1.2488	0.9976	0.0649	-1.1910
110	0.0541	0.7808	-1.3255	1.0606	0.04777	-1.1704

φ°	$N_{2,1}$	$N_{4,1}$	$M_{1,1}$	$M_{1,2}$	$M_{2,1}$	$M_{2,2}$
20	0	0	0	0	0	0
50	0.1471	-0.1550	0	0	0	0
70	0.3263	0.1214	0	0	0	0
80	0.4319	0.3073	0	0	0	0
90	0.5441	0.5218	0	0	0	0
96	0.5986	1.0378	0.0000541	-0.001326	0	-0.0000198
101	0.6703	0.8535	0.0003029	-0.007423	0.0000466	-0.001143
104	0.7461	-0.0428	0.0004869	-0.01193	0.0000675	-0.001654
106	0.8164	-1.1228	0.0005301	-0.01300	0.000064	-0.001576
108	0.9023	-2.5729	0.0004219	-0.0103	0.000031	-0.0007611
110	0.9973	-4.2430	0	0	-0.0000495	0.001213

φ°	N_1	N_2	N_3	N_4	$M_{1,3}$	$M_{1,4}$
20	0	0	0	0	0	0
50	0.0311	-0.3628	0.1471	-0.1550	0	0
70	0.0847	-0.5328	0.3263	0.1214	0	0
80	0.1044	-0.6445	0.4319	0.3073	0	0
90	0.1128	-0.7931	0.5441	0.5218	0.0000233	0
96	0.1084	-0.9046	0.6192	0.6743	-0.0001283	0
101	0.0978	-1.0329	0.6595	1.2121	-0.0005317	0.0000083
104	0.0878	-1.1313	0.6607	1.7186	-0.0007491	0.0000253
106	0.0798	-1.2261	0.6429	2.0489	-0.0007039	0.0000425
108	0.0708	-1.3075	0.6264	2.2563	-0.0003194	0.0000608
110	0.0610	-1.4154	0.6151	2.1839	0.0006182	0.0000699

φ°	$M_{2,3}$	$M_{2,4}$	M_1	M_2	M_3	M_4
20	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0	0
90	-0.0003158	0	0	0	0	0
96	0.002477	-0.000002	-0.0000742	0.001151	-0.0000213	0.000391
101	0.009004	-0.0001566	-0.0002275	0.001555	-0.0000337	0.000201
104	0.01167	-0.0004399	-0.0002580	-0.0003333	-0.0000320	-0.0001899
106	0.009663	-0.0007093	-0.0001668	-0.003455	-0.0000108	-0.0006748
108	0.001423	-0.0009602	0.0001126	-0.01032	0.0000386	-0.001484
110	-0.01654	-0.001	0.0006298	-0.01671	0.0001234	-0.002544

W powłoce stożkowej :

ζ	$N_{5,1}$	$N_{5,2}$	$N_{5,3}$	N_5	N_6	$N_{7,1}$	$N_{7,2}$
0.00	0.6645	0.7525	0	0.06334	-1.3874	10.7685	8.1801
0.05	0.9832	0.3163	-4.0910	0.07528	-1.5845	6.7720	4.7173
0.10	1.1562	0.0451	-5.4161	0.08276	-1.6534	3.6810	2.0543
0.15	1.2156	-0.0974	-5.1390	0.08693	-1.6316	1.5937	0.2777
0.20	1.1967	-0.1513	-4.1142	0.08877	-1.5531	0.3611	-0.7512
0.25	1.1309	-0.1520	-2.8949	0.08905	-1.4450	-0.2502	-1.2128
0.30	1.0416	-0.1261	-1.7897	0.08825	-1.3806	-0.4661	-1.3328
0.40	0.8489	-0.0584	-0.3450	0.08443	-1.0917	-0.3702	-1.1172
0.50	0.6762	-0.0133	0.1790	0.07809	-0.8844	-0.1523	-0.7959
0.60	0.5276	0.0044	0.2209	0.06898	-0.6986	-0.0314	-0.5588
0.70	0.3927	0.0068	0.1241	0.05678	-0.5230	0.0048	-0.3945
0.80	0.2622	0.0041	0.0420	0.04125	-0.3496	0.0065	-0.2602
0.90	0.1320	0.00096	0.0061	0.02233	-0.1755	0.0019	-0.1312
1.00	0.0016	-0.0018	0	0.00023	-0.0009	0	0

ζ	$N_{7,3}$	N_7	N_8	$M_{5,1}$	$M_{5,2}$	M_5	M_6
0.00	121.1425	0.4833	1.5703	0	0	0.0006298	-0.01671
0.05	48.3734	0.4026	0.8855	-0.01897	-0.02148	0.0003246	-0.00441
0.10	6.5308	0.3933	0.1358	-0.02511	-0.02844	0.0001174	0.00244
0.15	-13.3378	0.3591	-0.4819	-0.02382	-0.02698	-0.0000058	0.00543
0.20	-19.4894	0.3268	-0.9131	-0.01907	-0.02160	-0.000066	0.00597
0.25	-18.3495	0.2934	-1.1325	-0.01342	-0.01520	-0.0000847	0.00522
0.30	-14.2064	0.2604	-1.2154	-0.00830	-0.00940	-0.0000793	0.00394
0.40	-5.6452	0.1967	-1.1373	-0.00160	-0.00181	-0.0000439	0.00152
0.50	-1.0709	0.1393	-0.9345	0.00083	0.00094	-0.0000137	0.0001812
0.60	0.2774	0.0910	-0.7242	0.00102	0.00116	0.0000001	-0.0002303
0.70	0.3162	0.0529	-0.5314	0.00057	0.00065	0.0000034	-0.000216
0.80	0.1260	0.0251	-0.3514	0.00019	0.00022	0.0000022	-0.0001017
0.90	0.0218	0.0074	-0.1755	0.000003	0.00003	-0.0000006	0.0000066
1.00	0	0	0	0	0	0	0

6.4. Wpływ ciężaru własnego powłoki ostrołukowej

Siła południkowa w powłoce ostrołukowej: $N_x^w = p_1 r_1 N_2 = 34.05 N_2 .$

Siła równoleżnikowa w powłoce ostrołukowej: $N_y^w = p_1 r_1 N_4 = 34.05 N_4 .$

Południkowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_x^w = p_1 r_1^2 M_2 = 362.27 M_2 .$

Równoleżnikowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_y^w = p_1 r_1^2 M_4 = 362.27 M_4 .$

Siła południkowa w powłoce stożkowej: $n_x^w = p_1 r_1 N_6 = 34.05 N_6 .$

Siła równoleżnikowa w powłoce stożkowej: $n_y^w = p_1 r_1 N_8 = 34.05 N_8 .$

Południkowy moment zginający powłokę stożkową: $m_x^w = p_1 r_1^2 M_6 = 362.27 M_6 .$

Równoleżnikowy moment zginający powłokę stożkową: $m_y^w = \nu_s m_x^w = \frac{m_x^w}{6} .$

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce ostrołukowej spowodowane ciężarem własnym :

φ°	N_x^w kN/m	N_y^w kN/m	M_x^w kNm/m	M_y^w kNm/m
20	0	0	0	0
50	-12.35	-5.28	0	0
70	-18.14	4.13	0	0
80	-21.94	10.46	0	0
90	-27.00	17.77	0	0
96	-30.95	22.96	0.42	0.14
101	-35.78	41.27	0.56	0.07
104	-37.82	58.52	-0.12	-0.07
106	-41.67	69.76	-1.25	-0.24
108	-42.72	76.83	-3.74	-0.54
110	-36.69	74.36	-6.05	-0.92

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce stożkowej spowodowane ciężarem własnym powłoki ostrołukowej:

ζ	n_x^w kN/m	n_y^w kN/m	m_x^w kNm/m	m_y^w kNm/m
0.00	-47.24	53.47	-6.05	-1.01
0.05	-53.95	30.15	-1.60	-0.27
0.10	-56.30	4.62	0.88	0.15
0.15	-55.56	-16.41	1.97	0.33
0.20	-52.88	-31.09	2.16	0.36
0.25	-49.20	-38.56	1.89	0.31
0.30	-47.01	-41.38	1.43	0.24
0.40	-37.17	-38.72	0.55	0.09
0.50	-30.11	-31.82	0.07	0.01
0.60	-23.81	-24.66	-0.08	-0.01
0.70	-17.81	-18.09	-0.08	-0.01
0.80	-11.90	-11.96	-0.04	-0.01
0.90	-5.98	-5.98	0	0
1.00	-0.03	0	0	0

6.5. Wpływ ciężaru pokrycia powłoki ostrołukowej

Siła południkowa w powłoce ostrołukowej: $N_x^p = p_2 r_1 N_2 = 19.15 N_2 .$

Siła równoleżnikowa w powłoce ostrołukowej: $N_y^p = p_2 r_1 N_4 = 19.15 N_4 .$

Południkowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_x^p = p_2 r_1^2 M_2 = 203.78 M_2 .$

Równoleżnikowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_y^p = p_2 r_1^2 M_4 = 203.78 M_4 .$

Siła południkowa w powłoce stożkowej: $n_x^p = p_2 r_1 N_6 = 19.15 N_6 .$

Siła równoleżnikowa w powłoce stożkowej: $n_y^p = p_2 r_1 N_8 = 19.15 N_8 .$

Południkowy moment zginający powłokę stożkową: $m_x^p = p_2 r_1^2 M_6 = 203.78 M_6 .$

Równoleżnikowy moment zginający powłokę stożkową: $m_y^p = v_s m_x^p = \frac{m_x^p}{6} .$

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce ostrołukowej spowodowane ciężarem pokrycia powłoki ostrołukowej:

φ°	N_x^p kN/m	N_y^p kN/m	M_x^p kNm/m	M_y^p kNm/m
20	0	0	0	0
50	-6.95	-2.97	0	0
70	-10.20	2.32	0	0
80	-12.34	5.88	0	0
90	-15.19	9.99	0	0
96	-17.32	12.91	0.23	0.08
101	-19.78	23.21	0.32	0.04
104	-21.66	32.91	-0.07	-0.04
106	-23.48	39.24	-0.70	-0.14
108	-25.04	43.21	-2.10	-0.30
110	-27.10	41.82	-3.40	-0.52

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce stożkowej spowodowane ciężarem pokrycia powłoki ostrołukowej:

ζ	n_x^p kN/m	n_y^p kN/m	m_x^p kNm/m	m_y^p kNm/m
0.00	-26.57	30.07	-3.40	-0.57
0.05	-30.34	16.96	-0.90	-0.15
0.10	-31.66	2.60	0.50	0.08
0.15	-31.24	-9.23	1.11	0.18
0.20	-29.74	-17.49	1.22	0.20
0.25	-27.67	-21.69	1.06	0.18
0.30	-26.44	-23.27	0.80	0.13
0.40	-20.91	-21.78	0.31	0.05
0.50	-16.94	-17.90	0.04	0.01
0.60	-13.38	-13.87	-0.05	-0.01
0.70	-10.01	-10.18	-0.04	-0.01
0.80	-6.69	-7.73	-0.02	0
0.90	-3.36	-3.36	0	0
1.00	-0.02	0	0	0

6.6. Wpływ wypełnienia cieczą

Siła południkowa w powłoce ostrołukowej: $N_x^c = \gamma r_1^2 N_1 = 1369.84 N_1$.

Siła równoleżnikowa w powłoce ostrołukowej: $N_y^c = \gamma r_1^2 N_3 = 1369.84 N_3$.

Południkowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_x^c = \gamma r_1^3 M_1 = 14575.06 M_1$.

Równoleżnikowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_y^c = \gamma r_1^3 M_3 = 14575.06 M_3$.

Siła południkowa w powłoce stożkowej: $n_x^c = \gamma r_1^2 N_5 = 1369.84 N_5$.

Siła równoleżnikowa w powłoce stożkowej: $n_y^c = \gamma r_1^2 N_7 = 1369.84 N_7$.

Południkowy moment zginający powłokę stożkową: $m_x^c = \gamma r_1^3 M_5 = 14575.06 M_5$.

Równoleżnikowy moment zginający powłokę stożkową: $m_y^c = \nu_s m_x^c = \frac{m_x^c}{6}$.

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce ostrołukowej spowodowane wypełnieniem ciecżą :

φ°	N_x^c kN/m	N_y^c kN/m	M_x^c kNm/m	M_y^c kNm/m
20	0	0	0	0
50	42.60	201.50	0	0
70	116.03	446.98	0	0
80	143.01	591.63	0	0
90	154.52	745.33	0	0
96	148.49	848.20	-1.08	-0.31
101	133.97	903.41	-3.32	-0.49
104	120.27	905.05	-3.76	-0.47
106	109.31	880.72	-2.43	-0.16
108	96.98	858.07	1.64	0.56
110	83.56	842.59	9.18	1.80

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce stożkowej spowodowane wypełnieniem ciecżą:

ζ	n_x^c kN/m	n_y^c kN/m	m_x^c kNm/m	m_y^c kNm/m
0.00	86.77	662.08	9.18	1.53
0.05	103.12	551.50	4.73	0.79
0.10	113,37	538.76	1.71	0.28
0.15	119.08	491.91	-0.08	-0.01
0.20	121.60	447.66	-0.96	-0.16
0.25	121.98	401.91	-1.23	-0.20
0.30	120.89	356.71	-1.16	-0.19
0.40	115.66	269.45	-0.64	-0.23
0.50	106.97	190.82	-0.20	-0.03
0.60	94.49	124.65	0.00	0.00
0.70	77.78	72.46	0.05	0.01
0.80	56.51	34.38	0.03	0
0.90	30.59	10.14	-0.01	0
1.00	0.31	0	0	0

6.7. Wpływ ciężaru własnego powłoki ostrołukowej i ciężaru pokrycia powłoki ostrołukowej

Siła południkowa w powłoce ostrołukowej: $N_x^s = N_x^w + N_x^p$.

Siła równoleżnikowa w powłoce ostrołukowej: $N_y^s = N_y^w + N_y^p$.

Południkowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_x^s = M_x^w + M_x^p$.

Równoleżnikowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_y^s = M_y^w + M_y^p$.

Siła południkowa w powłoce stożkowej: $n_x^s = n_x^w + n_x^p$.

Siła równoleżnikowa w powłoce stożkowej: $n_y^s = n_y^w + n_y^p$.

Południkowy moment zginający powłokę stożkową: $m_x^s = m_x^w + m_x^p$.

Równoleżnikowy moment zginający powłokę stożkową: $m_y^s = m_y^w + m_y^p$.

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce ostrołukowej spowodowane ciężarem własnym powłoki i ciężarem pokrycia powłoki ostrołukowej:

φ°	N_x^s kN/m	N_y^s kN/m	M_x^s kNm/m	M_y^s kNm/m
20	0	0	0	0
50	-19.30	-8.25	0	0
70	-28.34	6.45	0	0
80	-34.29	16.34	0	0
90	-42.20	27.76	0	0
96	-48.27	35.87	0.65	0.22
101	-55.56	64.48	0.88	0.11
104	-59.48	91.43	-0.19	-0.11
106	-65.15	109.00	-1.95	-0.38
108	-67.76	120.04	-5.84	-0.84
110	-63.79	116.18	-9.45	-1.44

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce stożkowej spowodowane ciężarem własnym powłoki ostrołukowej i ciężarem pokrycia powłoki ostrołukowej:

ζ	n_x^s kN/m	n_y^s kN/m	m_x^s kNm/m	m_y^s kNm/m
0.00	-73.81	83.54	-9.45	-1.58
0.05	-84.29	47.11	-2.50	-0.42
0.10	-87.96	7.22	1.38	-0.23
0.15	-86.80	-25.64	3.08	0.51
0.20	-82.62	-48.58	3.38	0.56
0.25	-76.87	-60.27	2.95	0.49
0.30	-73.45	-64.65	2.23	0.37
0.40	-58.08	-60.50	0.86	0.14
0.50	-47.05	-49.72	0.11	0.02
0.60	-37.17	-38.53	-0.13	-0.02
0.70	-27.82	-28.27	-0.12	-0.02
0.80	-18.59	-18.69	-0.06	-0.01
0.90	-9.34	-9.34	0	0
1.00	-0.05	0	0	0

6.8. Wpływ ciężaru własnego powłoki ostrołukowej i wypełnienia cieczą

Siła południkowa w powłoce ostrołukowej: $N_x^z = N_x^w + N_x^c$.

Siła równoleżnikowa w powłoce ostrołukowej: $N_y^z = N_y^w + N_y^c$.

Południkowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_x^z = M_x^w + M_x^c$.

Równoleżnikowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_y^z = M_y^w + M_y^c$.

Siła południkowa w powłoce stożkowej: $n_x^z = n_x^w + n_x^c$.

Siła równoleżnikowa w powłoce stożkowej: $n_y^z = n_y^w + n_y^c$.

Południkowy moment zginający powłokę stożkową: $m_x^z = m_x^w + m_x^c$.

Równoleżnikowy moment zginający powłokę stożkową: $m_y^z = m_y^w + m_y^c$.

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce ostrołukowej spowodowane ciężarem własnym powłoki i wypełnieniem cieczą :

φ°	N_x^z kN/m	N_y^z kN/m	M_x^z kNm/m	M_y^z kNm/m
20	0	0	0	0
50	30.25	196.22	0	0
70	97.89	451.11	0	0
80	121.06	602.09	0	0
90	127.51	763.10	0	0
96	117.54	871.16	-0.66	-0.17
101	98.19	944.68	-2.76	-0.42
104	82.45	963.57	-3.88	-0.54
106	67.64	950.47	-3.68	-0.40
108	54.26	934.90	-2.10	0.02
110	46.87	916.95	3.13	0.88

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce stożkowej spowodowane ciężarem własnym powłoki ostrołukowej i wypełnieniem cieczą :

ζ	n_x^z kN/m	n_y^z kN/m	m_x^z kNm/m	m_y^z kNm/m
0.00	39.53	715.55	3.13	0.52
0.05	49.17	581.65	3.13	0.52
0.10	57.07	543.38	2.59	0.43
0.15	63.52	475.50	1.89	0.32
0.20	68.72	416.57	1.20	0.20
0.25	72.78	363.35	0.66	0.11
0.30	73.88	315.33	0.27	0.05
0.40	78.49	230.73	-0.81	-0.14
0.50	76.86	159.00	-0.13	-0.02
0.60	70.70	99.99	-0.08	-0.01
0.70	59.97	54.37	-0.03	0.00
0.80	44.61	22.42	-0.01	-0.01
0.90	24.61	4.16	-0.01	0
1.00	0.28	0	0	0

6.9. Wpływ ciężaru własnego i ciężaru pokrycia powłoki ostrołukowej oraz wypełnienia cieczą

Siła południkowa w powłoce ostrołukowej: $N_x^r = N_x^s + N_x^c$.

Siła równoleżnikowa w powłoce ostrołukowej: $N_y^r = N_y^s + N_y^c$.

Południkowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_x^r = M_x^s + M_x^c$.

Równoleżnikowy moment zginający powłokę ostrołukową: $M_y^r = M_y^s + M_y^c$.

Siła południkowa w powłoce stożkowej: $n_x^r = n_x^s + n_x^c$.

Siła równoleżnikowa w powłoce stożkowej: $n_y^r = n_y^s + n_y^c$.

Południkowy moment zginający powłokę stożkową: $m_x^r = m_x^s + m_x^c$.

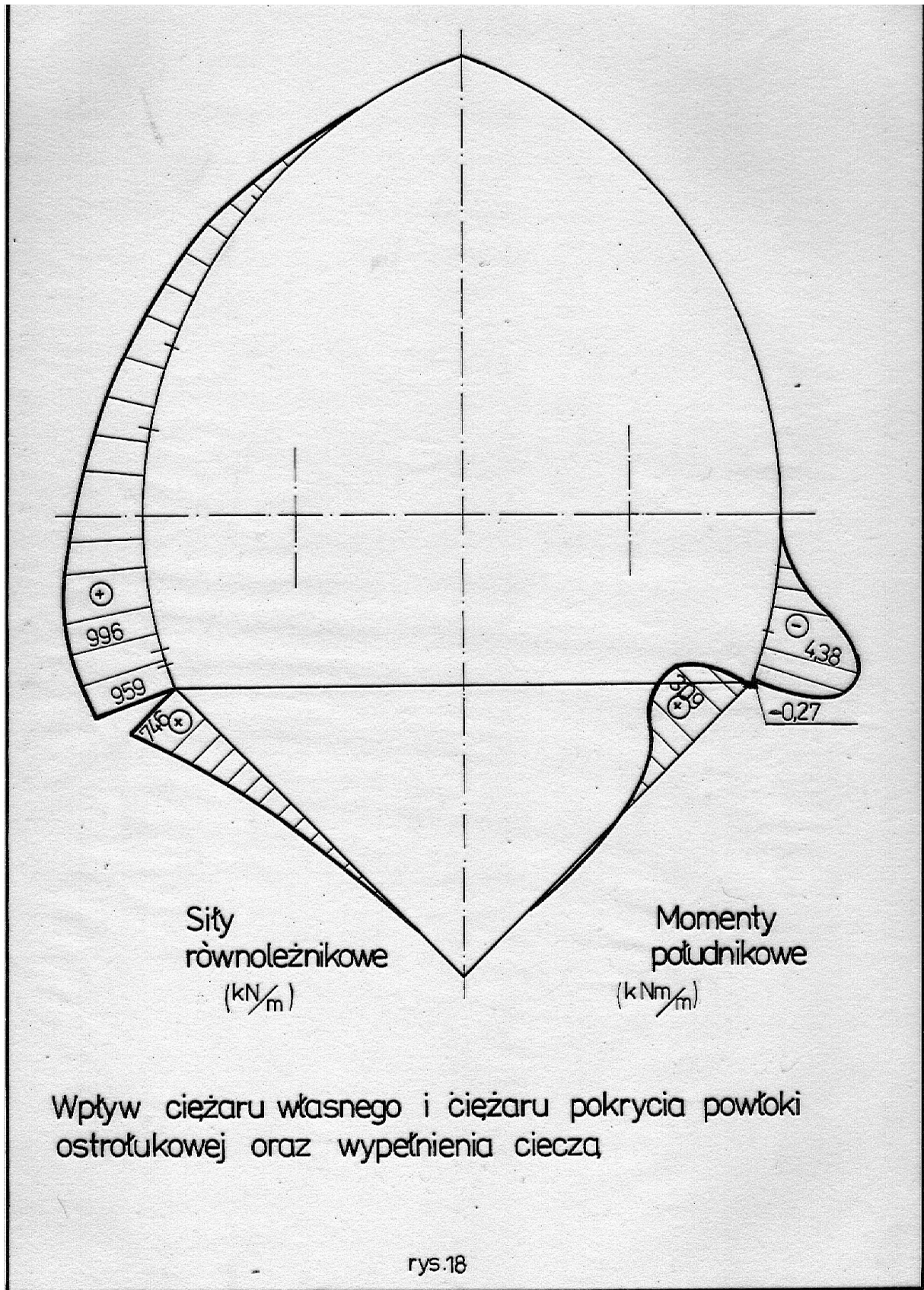
Równoleżnikowy moment zginający powłokę stożkową: $m_y^r = m_y^s + m_y^c$.

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce ostrołukowej spowodowane ciężarem własnym powłoki i ciężarem pokrycia powłoki ostrołukowej oraz wypełnieniem cieczą:

φ°	N_x^r kN/m	N_y^r kN/m	M_x^r kNm/m	M_y^r kNm/m
20	0	0	0	0
50	23.3	193.25	0	0
70	87.69	453.43	0	0
80	108.72	607.97	0	0
90	112.32	773.09	0	0
96	100.22	884.07	-0.43	-0.09
101	78.41	967.89	-2.44	-0.38
104	60.79	996.48	-3.95	-0.58
106	44.16	989.71	-4.38	-0.54
108	29.22	978.11	-4.20	-0.28
110	19.77	958.77	-0.27	0.36

Uogólnione siły wewnętrzne w powłoce stożkowej spowodowane ciężarem własnym powłoki ostrołukowej i ciężarem pokrycia powłoki ostrołukowej oraz wypełnieniem cieczą:

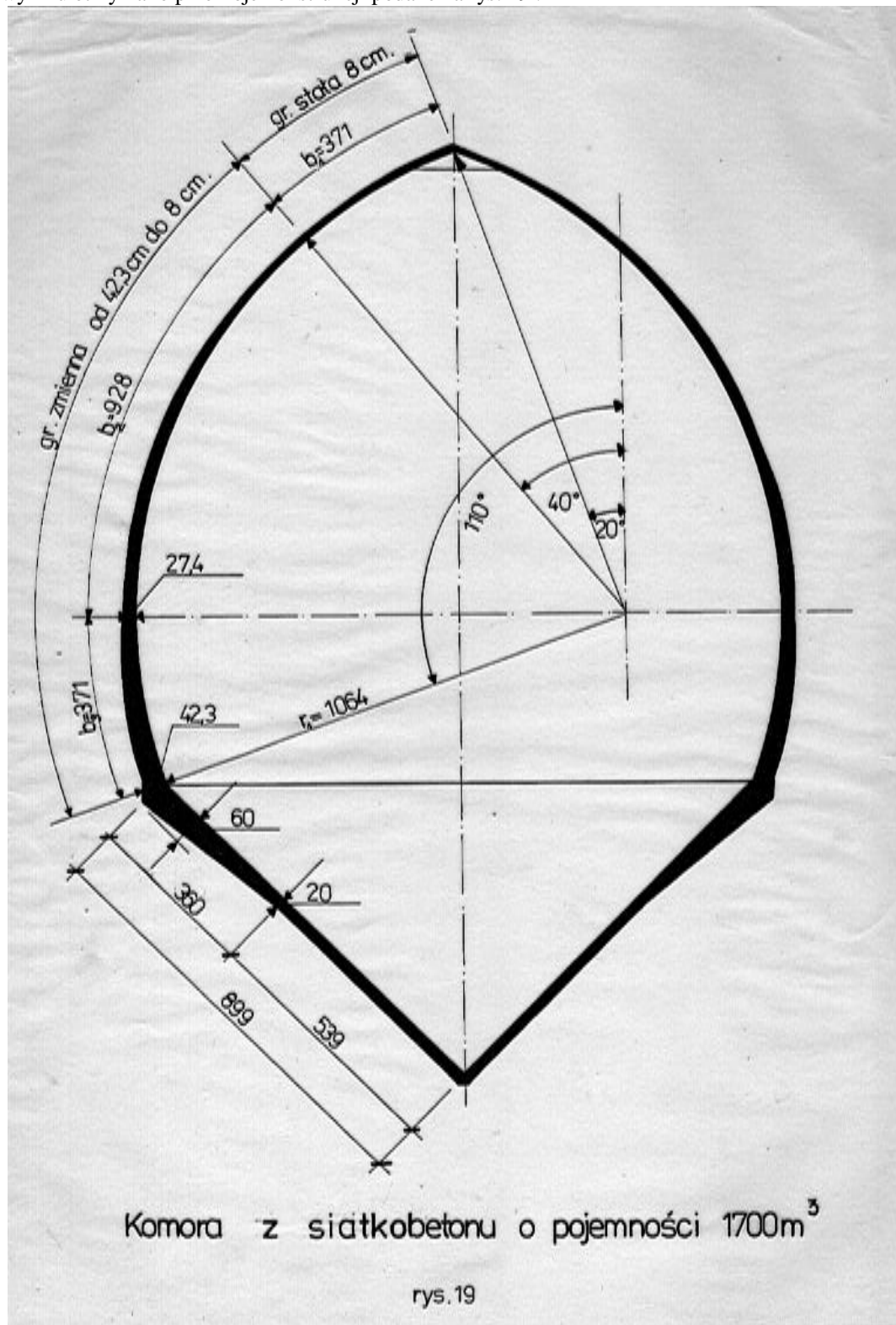
ζ	n_x^r kN/m	n_y^r kN/m	m_x^r kNm/m	m_y^r kNm/m
0.00	12.96	745.72	-0.27	-0.05
0.05	18.83	598.61	2.23	0.37
0.10	25.41	545.98	3.09	0.05
0.15	32.28	466.27	3.00	0.50
0.20	38.98	399.08	2.42	0.40
0.25	45.11	341.64	1.72	0.29
0.30	47.44	292.06	1.07	0.18
0.40	57.58	208.95	-0.50	-0.09
0.50	59.92	141.10	-0.09	-0.01
0.60	57.32	86.12	-0.13	-0.02
0.70	49.96	44.19	-0.07	-0.01
0.80	37.92	15.69	-0.03	-0.01
0.90	21.25	0.80	-0.01	0
1.00	0.26	0	0	0



6.10. Wymiarowanie przekrojów konstrukcji

Obliczeniowe wytrzymałości siatkobetonu przyjęto wg pracy: W. Kuczyński – Konstrukcje siatkobetonowe, Arkady 1968 r, str. 69; dla $R_c = 40 \text{ Mpa}$ i wskaźnika powierzchni właściwej zbrojenia $K = K_x + K_y = 2$.

W wyniku otrzymano przekroje konstrukcji podane na rys. 19.



Na tej podstawie należy do obliczeń wprowadzić przekroje konstrukcji zgodne z rys. 19 i sprawdzić wytrzymałość konstrukcji .

7. Piśmiennictwo

- [1]. Flügge W. : *Powłoki* . Arkady 1972 .
 [2]. Misiak R. , Płaskowski Z. : *Zbiorniki kołowe* . Arkady 1973 .
 [3]. Misiak R. : *Wydzielone komory fermentacyjne zamknięte o kształcie jaja* . II Konferencja Naukowo-Techniczna : Projektowanie i technologia realizacji zbiorników. Politechnika Krakowska 1985 r.

8. Wykaz publikacji autora

- 1 . Kuś S., Misiak R. : *Właściwości wytrzymałościowe splotów i lin*. Inżynieria i Budownictwo nr 7/68
2. Kuś S., Misiak R., Jarosz T. : *Właściwości splotów (1+6) 7x2.5 i 7x5*. XIV Konferencja Naukowa KN PZITB i KJ PAN, Krynica 68
3. Kuś S., Jarosz T., Misiak R. : *Zakotwienie splotów w betonie* . Inżynieria i Budownictwo nr 12/68
4. Kuś S., Misiak R., Nowakowski W. : *Badania wytrzymałościowe właściwości splotów 7x2.5 , 7x5 i 19x2.5*. Inżynieria i Budownictwo nr 3/69
5. Kuś S., Misiak R., Bany B. : *Badania płyt dachowych 6.0 m x 1.5 m i 12.0 m x 1.5 m*. XV Konferencja Naukowa KN PZITB i KJ PAN . Krynica 69
6. Kuś S., Grabczyński K., Misiak R. : *Analiza teoretyczna i eksperymentalna stropów uźebrowanych heksagonalnie*. Inżynieria i Budownictwo nr 5/70
7. Misiak R., Ściślewski Z., Suchan M. : *Wytyczne stosowania splotów 7x2.5 i 7x5 w elementach betonowych*. ITB 1971 r.
8. Kuś S., Misiak R., Hasterman J. : *Badania żebrowych płyt dachowych*. Inżynieria i Budownictwo nr 11/71
9. Misiak R. : *Zagadnienia konstrukcyjno-obliczeniowe prefabrykowanych uźebrowanych kolistych zbiorników na ciecze*. Konferencja naukowo-techniczna : Aktualne problemy projektowania i wykonawstwa zbiorników, Politechnika Krakowska 1972 r.
10. Kuś S., Misiak R. : *Zbiorniki z uźebrowanych prefabrykatów żelbetowych*. Inżynieria i Budownictwo nr 4/73
11. Misiak R., Płaskowski Z. : *Zbiorniki kołowe. Wzory, tablice, przykłady*. Arkady 1973 r.
12. Misiak R. : *Oliczanie płyty prostokątnej z belkami krawędziowymi*. Inżynieria i Budownictwo nr 11/73
13. Misiak R. : *Zagadnienia konstrukcyjno-obliczeniowe prefabrykowanych zbiorników na wodę i ścieki*. Gospodarka wodno-ściekowa nr 3/73
14. Misiak R., Janusz B., Machała E. : *Optymalizacja konstrukcji zbiorników kołowych posadowionych na ławie*. Inżynieria i Budownictwo nr 12/74
15. Misiak R., Kownacki M. : *Wpływ skurczu i temperatury w żelbetowych zbiornikach kołowych*. Inżynieria i Budownictwo nr 1/76
16. Misiak R. : *Wpływ równomiernej zmiany temperatury w zbiornikach walcowych opartych na płycie*. Inżynieria i Budownictwo nr 5/77
17. Misiak R. : *Przerwy pionowe w betonowaniu ścian zbiorników walcowych kolistych*. Inżynieria i Budownictwo nr 1/78
18. Misiak R. : *Wpływ równomiernej zmiany temperatury w zbiornikach walcowych opartych na ławie*. Inżynieria i Budownictwo nr 6/78
19. Misiak R., Szczygielski A. : *Złącza monolityczne w ścianach prefabrykowanych zbiorników żelbetowych*. Inżynieria i Budownictwo nr 11/78
20. Misiak R. : *Wpływ równomiernej zmiany temperatury w zbiornikach walcowych opartych na płycie posadowionej na podłożu Winklera*. Inżynieria i Budownictwo nr 9-10/80
21. Misiak R., Strzelecki P. : *System konstrukcji zbiorników prefabrykowanych na wodę i ścieki*. Inżynieria i Budownictwo nr 5/81
22. Misiak R. : *Płyta kolista i pierścień kołowy spoczywające na podłożu dwuparametrowym Własowa*. II Konferencja Naukowo-Techniczna : Projektowanie i technologia realizacji zbiorników . Politechnika Krakowska 1985 r.
23. Misiak R. : *Metoda obliczeń zbiorników kołowych spoczywających na podłożu dwuparametrowym Własowa*. II Konferencja Naukowo-Techniczna : Projektowanie i technologia realizacji zbiorników. Politechnika Krakowska 1985 r.

24. Misiak R. : *Wydzielone komory fermentacyjne zamknięte o kształcie jaja*. II Konferencja Naukowo-Techniczna : Projektowanie i technologia realizacji zbiorników. Politechnika Krakowska 1985 r.